

MATEMATIKA - 2015

sem vlepíť
čiarový kód uchádzača

Test obsahuje **30 úloh**. Na jeho vypracovanie máte **90 minút**. Každá úloha spolu so zadaním obsahuje aj miesto na zapísanie odpovede – je označené hrubším rámkom.

Povolené pomôcky: modré alebo čierne pero. Pomocné výpočty môžete robiť na voľné miesto v tomto teste alebo na papier, ktorý dostanete. **Nemôžete používať** žiadne iné pomôcky (napr. kalkulačku, mobil, vlastný papier a pod.).

Za správnu odpoveď na jednu úlohu získate **1 hodnotenie** ✓ (ak úloha obsahuje viacero otázok alebo odpoveď má viacero častí, tak hodnotenie ✓ získate iba vtedy, keď správne zodpoviete všetky tieto otázky, resp. časti), inak je úloha hodnotená –. Celkový počet získaných hodnotení ✓ sa prepočíta na body (1 hodnotenie ✓ = 2/3 bodu).

Odpovede píšete na vyznačené miesto perom. Ak nie je v zadaní úlohy uvedené inak, zapisujete číselné odpovede ako desatinné čísla (teda napr. 2031 alebo – 315,7).

Ak sa pri zapisovaní odpovede **pomýlite**, zreteľne prečiarknite chybnú odpoveď a novú odpoveď vpíšete čitateľne opäť na vyznačené miesto. Pri hodnotení sa bude prihliadať iba na **odpovede**, ktoré sú **jednoznačne čitateľné a napísané na mieste určenom na zapísanie odpovede k prislúchajúcej úlohe**.

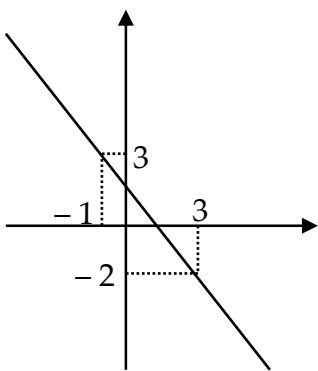
Rekapitulácia hodnotenia:

	počet hodnotení ✓		počet hodnotení ✓
strana 2 (úlohy 1 – 6)		strana 6 (úlohy 25 – 27)	
strana 3 (úlohy 7 – 15)		strana 7 (úlohy 28 – 30)	
strana 4 (úlohy 16 – 20)			
strana 5 (úlohy 21 – 24)		celkový počet hodnotení ✓	
		celkový počet bodov	

1	Vypočítajte $3 \cdot (5! - 4!)$.	
----------	-----------------------------------	--


2	Usporiadajte zostupne čísla $(\frac{4}{3})^{-1}$, $\sqrt{\frac{9}{17}}$, 76 % z 1.	<div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> </div> > <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> </div> > <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> </div> </div>
----------	--	--

3	V 6-kovej sústave zapíšte súčet čísel 123_6 a 504_6 . (Index 6 označuje číslo zapísané v 6-kovej sústave).	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> </div>
----------	---	---

4	Nájdite smernicu priamky prechádzajúcej bodmi $[-1; 3]$ a $[3; -2]$. Výsledok zapíšte ako desatinné číslo.	
		<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%;"></div>

5	Aké musia byť pravdivostné hodnoty výrokov P , Q a R , aby zložený výrok $P \Rightarrow (Q \vee R)$ bol nepravdivý? (Ako pravdivostné hodnoty uvádzajte 0 alebo 1.)	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">výrok</th> <th style="padding: 5px;">pravdivostná hodnota</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">P</td> <td style="padding: 5px;"> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Q</td> <td style="padding: 5px;"> </td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">R</td> <td style="padding: 5px;"> </td> </tr> </tbody> </table>	výrok	pravdivostná hodnota	P		Q		R	
výrok	pravdivostná hodnota									
P										
Q										
R										

6	Logickú úlohu Mrakodrapy zo stránky logika.sk vyriešila Katka ako prvá za 01:00 (uvedený čas je v tvare <i>minúty:sekundy</i>). Na stránke uverejňujú ku každej úlohe iba aritmetický priemer časov riešiteľov a počet riešiteľov. Priemerný čas dvoch prvých riešiteľov bol 01:43, priemerný čas prvých troch riešiteľov bol 02:05. Za aký čas vyriešil úlohu tretí riešiteľ?	
		<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%;"></div>

7	Z koľkých krúžkov bude pozostávať 55-ty obrázok v poradí?		
		1. 2. 3.	

8	Koľko párnych celých čísel obsahuje geometrická postupnosť s prvým členom 135 a kvocientom $\frac{2}{3}$?	
----------	--	--

9	Koľko prirodzených čísel má všetky cifry párne a navzájom rôzne?	
----------	--	--

10	Zápis $x \in (20 ; 34)$ je ekvivalentný so zápisom $ x - A < \varepsilon$. Určte hodnoty A, ε .	$A =$, $\varepsilon =$
-----------	---	-------------------------

11	Objem gule sa zväčšil 27-násobne. Koľkonásobne sa zväčšil jej povrch?	- násobne
-----------	---	-----------

12	Riešte sústavu rovníc	
	$\frac{5}{x} - \frac{1}{y} = 1$ $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 9$	$x =$, $y =$

13	Jedným z koreňov rovnice $(x - 1)(x - 3) = 15$ je číslo 6. Určte druhý koreň.	
-----------	---	--

14	Prirodzené číslo r má po delení 1005 zvyšok 22. Prirodzené číslo s má po delení 2010 zvyšok 1000. Aký zvyšok po delení 2010 má súčin $r \cdot s$?	
-----------	--	--

15	Kladné čísla a, b sú v pomere 7 : 5. V akom pomere sú čísla $a + b, a - b$? Výsledok napíšte ako pomer dvoch nesúdeliteľných prirodzených čísel.	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 100px; margin: 0 auto; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; margin-right: 10px;"></div> : <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; margin-left: 10px;"></div> </div>
-----------	---	---


16 Obor hodnôt funkcie $f: y = a \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 3$, $a > 0$ je

(A) $\langle -3a ; 3a \rangle$ (B) $\langle -a ; a \rangle$
 (C) $\langle 3 - a ; 3 + a \rangle$ (D) $\langle -3 - a ; 3 + a \rangle$
 (E) $\langle -3 - a ; -3 + a \rangle$


Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

17 Vo vrecúškach A a B sú iba guľôčky dvoch farieb – biele a čierne, ich počty sú znázornené na obrázku. Juro si má vytiahnuť jednu guľôčku z vrecúška A alebo z vrecúška B.

Pravdepodobnosť, že si vyberie vrecúško B je $\frac{2}{3}$. Aká je pravdepodobnosť, že si Juro vytiahne čiernu guľôčku z vrecúška A? Odpoveď uveďte v tvare zlomku v základnom tvare.



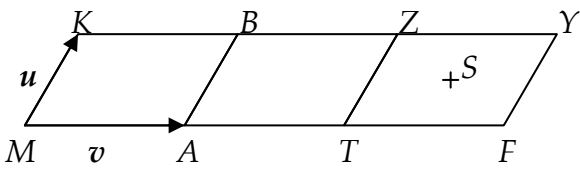
vrecúško A



vrecúško B

18 Číslo 3957 je *nepárnorôznociferné*, lebo každá jeho cifra je nepárna a jeho cifry sú navzájom rôzne. Nájdite najbližšie väčšie nepárnorôznociferné číslo k číslu 9753.

19 Rovnobežník $MFYK$ sa skladá z 3 zhodných rovnobežníkov, pričom $\overline{MK} = \vec{u}$, $\overline{MA} = \vec{v}$. Pomocou vektorov \vec{u} a \vec{v} a bodu M vyjadrite stred S rovnobežníka $TFYZ$.

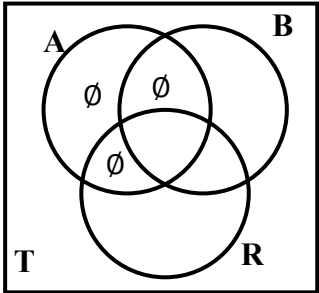
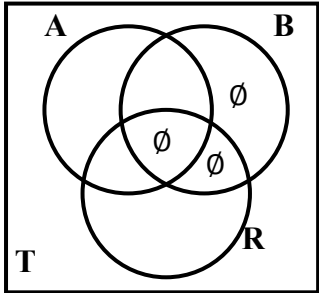
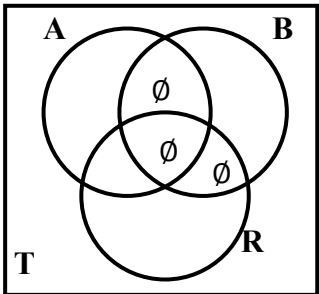
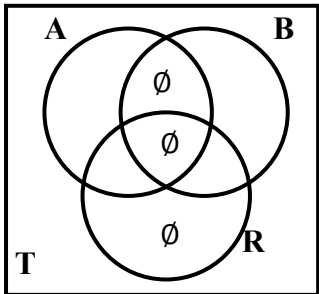


20 Šnúra na bielizeň je natahnutá medzi dvoma stĺpkami so vzdialenosťou 6 m vo výške 4 m. Za tie roky je už dosť vyľahaná. Ak ju v strede stlačíme na dlážku, presne sa napne. Rozhodli sme sa ju znovu napnúť, a to tak, že jeden stĺpik posunieme ďalej od druhého. O koľko metrov?

21	Pre číslo m platí $2^m = 3$. Vypočítajte $\sqrt[m]{9}$. Výsledok zapíšte ako desatinné číslo.	
-----------	---	--

22	Dané sú dve sústredné kružnice. Tetiva väčšej kružnice sa dotýka menšej kružnice a jej dĺžka sa rovná dĺžke menšej kružnice. Podiel polomeru väčšej a polomeru menšej kružnice možno zapísať v tvare $\sqrt{B + \pi^2}$. Nájdite hodnotu B .	$B =$
-----------	---	-------

23	Z triedy náhodne vyberieme 1 žiaka. Je to dievča. Táto udalosť mala pravdepodobnosť $\frac{8}{13}$. Zo zvyšných žiakov náhodne vyberieme 1 žiaka. Je to chlapec. Táto udalosť mala pravdepodobnosť $\frac{2}{5}$. Určte počet žiakov triedy.	
-----------	--	--

24	<p>Ktorý z nasledujúcich množinových diagramov správne opisuje vzťah medzi</p> <ul style="list-style-type: none"> • množinou R všetkých pravouhlých trojuholníkov, • množinou A všetkých rovnoramenných trojuholníkov, • a množinou B všetkých rovnostranných trojuholníkov ? <p>(Základná množina T je množina všetkých trojuholníkov ležiacich v danej rovine α. V správnom riešení musia byť vyznačené symbolom \emptyset všetky časti diagramu, ktoré sú prázdnyimi množinami.)</p> <p>(A) </p> <p>(B) </p> <p>(C) </p> <p>(D) </p>	<p>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</p>
-----------	---	---

- 25** Z riešenia rovnice sa v Imrovom zošite zachoval len útržok zadania (chýba v ňom časť pravej strany rovnice za znamienkom rovnosti) a jeden riadok správneho riešenia, pozri obrázok. Napíšte celé zadanie, dokončite riešenie a napíšte odpoveď.

$$x = \quad + \sqrt{7 - 6x}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 7 - 6x$$

celé zadanie:

**množina všetkých
riešení pôvodnej rovnice
je**

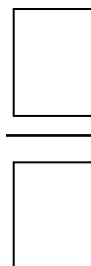
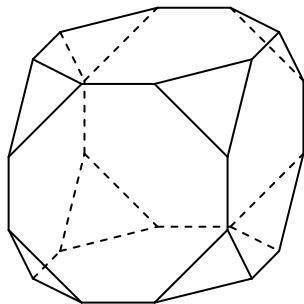
- 26** Množina všetkých reálnych čísel x , pre ktoré platí rovnosť
 $\log 100 \cdot \log x = \log(100 + x)$

- (A) interval $(0; \infty)$. (B) množina \mathbb{R} .
 (C) prázdna. (D) jednoprvková.
 (E) dvojprvková.

(Poznámka: symbol \log označuje logaritmus so základom 10.)

Sem napíšte písmeno
správnej odpovede:

- 27** Na obrázku je znázornené teleso, ktoré vzniklo z kocky s hranou dĺžky 1 tak, že každú hranu sme rozdelili dvoma „deliacimi“ bodmi na tri rovnako dlhé úsečky a potom sme z kocky odrezali osem trojbokých ihlanov, ktorých vrcholy tvorili vždy vrchol kocky a tri najbližšie k nemu ležiace „deliace“ body. Vypočítajte objem tohto telesa. Výsledok zapíšte zlomkom v základnom tvare.



28	Aký najmenší obsah môže mať štvoruholník, ktorého uhlopriečky sú na seba kolmé a majú dĺžky 9 a 10?	
-----------	---	--

29	V pravouhlom trojuholníku ABC je $ AB = 25$, $ BC = 7$, $ CA = 24$. Stred vpísanej kružnice označíme S . Vypočítajte $ BS $.	
-----------	---	--

30	<p>Doplňte chýbajúce čísla v riešení úlohy <i>Vypočítajte pravdepodobnosť, že náhodne zvolený bod štvorca $ABCD$ so stranou dĺžky 8 je bližšie k stred S strany BC ako k vrcholu A.</i></p> <p>Potrebujeme vypočítať obsah lichobežníka $XBCZ$. Pravouhlé trojuholníky ABS a AVW sú podobné, pritom</p> $ BS : AB = 1 : 2. \quad (*)$ <p>Preto aj $\frac{ VW }{ AV } = \frac{1}{2}$. Vieme, že $AV = \frac{ AB }{2} = 4$, preto</p> $ VW = 2, \text{ a teda } WY = 6. \quad (**)$ <p>Podobné sú aj trojuholníky ABS, WVX a WYZ, preto podľa (*) $\frac{ ZY }{ WY } = \frac{ XV }{ WV } = \frac{1}{2}$. Odtiaľ a z (**) vyplýva $ZY = 3$, $XV = 1$. Preto základne pravouhlého lichobežníka $XBCZ$ majú dĺžky $XB = \dots\dots\dots$, $CZ = \dots\dots\dots$, jeho obsah je $S = \dots\dots\dots$ a hľadaná pravdepodobnosť je $p = \dots\dots\dots$ (pravdepodobnosť zapíšte ako desatinné číslo z intervalu $(0 ; 1)$).</p>	
		$ XB =$ $ CZ =$ $S =$ $p =$

KONIEC TESTU