

MATEMATIKA - 2015

sem vlepíť
čiarový kód uchádzača

Test obsahuje **30 úloh**. Na jeho vypracovanie máte **90 minút**. Každá úloha spolu so zadaním obsahuje aj miesto na zapísanie odpovede – je označené hrubším rámkom.

Povolené pomôcky: modré alebo čierne pero. Pomocné výpočty môžete robiť na voľné miesto v tomto teste alebo na papier, ktorý dostanete. **Nemôžete používať** žiadne iné pomôcky (napr. kalkulačku, mobil, vlastný papier a pod.).

Za správnu odpoveď na jednu úlohu získate **1 hodnotenie** ✓ (ak úloha obsahuje viacero otázok alebo odpoveď má viacero častí, tak hodnotenie ✓ získate iba vtedy, keď správne zodpoviete všetky tieto otázky, resp. časti), inak je úloha hodnotená –. Celkový počet získaných hodnotení ✓ sa prepočíta na body (1 hodnotenie ✓ = 2/3 bodu).

Odpovede píšete na vyznačené miesto perom. Ak nie je v zadaní úlohy uvedené inak, zapisujete číselné odpovede ako desatinné čísla (teda napr. 2031 alebo – 315,7).

Ak sa pri zapisovaní odpovede **pomýlite**, zreteľne prečiarknite chybnú odpoveď a novú odpoveď vpíšete čitateľne opäť na vyznačené miesto. Pri hodnotení sa bude prihliadať iba na **odpovede**, ktoré sú **jednoznačne čitateľné a napísané na mieste určenom na zapísanie odpovede k prislúchajúcej úlohe**.

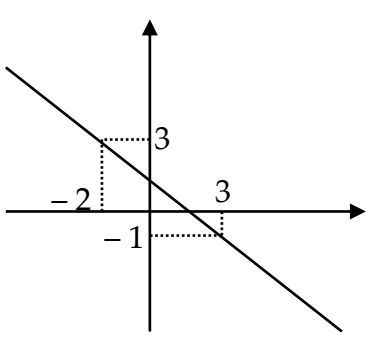
Rekapitulácia hodnotenia:

	počet hodnotení ✓		počet hodnotení ✓
strana 2 (úlohy 1 – 6)		strana 6 (úlohy 25 – 27)	
strana 3 (úlohy 7 – 15)		strana 7 (úlohy 28 – 30)	
strana 4 (úlohy 16 – 20)			
strana 5 (úlohy 21 – 24)		celkový počet hodnotení ✓	
		celkový počet bodov	

1	Vypočítajte $5 \cdot (4! - 3!)$.	
----------	-----------------------------------	--

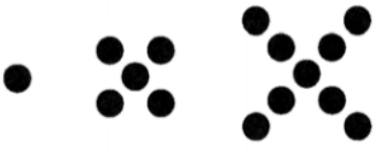
2	Usporiadajte vzostupne čísla $(\frac{4}{3})^{-1}$, $\sqrt{\frac{9}{17}}$, 76 % z 1.	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; gap: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> </div> < <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> </div> < <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> </div> </div>
----------	--	--

3	V 5-kovej sústave zapíšte súčet čísel 123_5 a 404_5 . (Index 5 označuje číslo zapísané v 5-kovej sústave).	<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 40px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> </div> 5
----------	---	---

4	Nájdite smernicu priamky prechádzajúcej bodmi $[3; -1]$ a $[-2; 3]$. Výsledok zapíšte ako desatinné číslo.	
		<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%;"></div>

5	Aké musia byť pravdivostné hodnoty výrokov P , Q a R , aby zložený výrok $P \vee (Q \Rightarrow R)$ bol nepravdivý? (Ako pravdivostné hodnoty uvádzajte 0 alebo 1.)	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">výrok</th> <th style="padding: 5px;">pravdivostná hodnota</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">P</td> <td style="width: 40px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">Q</td> <td style="width: 40px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">R</td> <td style="width: 40px; height: 20px;"></td> </tr> </tbody> </table>	výrok	pravdivostná hodnota	P		Q		R	
výrok	pravdivostná hodnota									
P										
Q										
R										

6	Logickú úlohu Mrakodrapy zo stránky logika.sk vyriešila Katka ako prvá za 01:00 (uvedený čas je v tvare <i>minúty:sekundy</i>). Na stránke uverejňujú ku každej úlohe iba aritmetický priemer časov riešiteľov a počet riešiteľov. Priemerný čas dvoch prvých riešiteľov bol 01:43, priemerný čas prvých troch riešiteľov bol 02:03. Za aký čas vyriešil úlohu tretí riešiteľ?	
		<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 100%;"></div>

7	Z koľkých krúžkov bude pozostávať 56-ty obrázok v poradí?		
		1. 2. 3.	

8	Koľko prirodzených čísel má všetky cifry párne a navzájom rôzne?	
----------	--	--

9	Koľko párných celých čísel obsahuje geometrická postupnosť s prvým členom 162 a kvocientom $\frac{2}{3}$?	
----------	--	--

10	Zápis $x \in (10 ; 22)$ je ekvivalentný so zápisom $ x - A < \varepsilon$. Určte hodnoty A, ε .	$A =$, $\varepsilon =$
-----------	---	-------------------------

11	Objem gule sa zväčšil 64-násobne. Koľkonásobne sa zväčšil jej povrch?	- násobne
-----------	---	-----------

12	Riešte sústavu rovníc	
	$\frac{3}{x} - \frac{1}{y} = 11$ $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 6$	$x =$, $y =$

13	Jedným z koreňov rovnice $(x - 1)(x - 3) = 24$ je číslo 7. Určte druhý koreň.	
-----------	---	--

14	Prirodzené číslo r má po delení 1003 zvyšok 21. Prirodzené číslo s má po delení 2006 zvyšok 1000. Aký zvyšok po delení 2006 má súčin $r \cdot s$?	
-----------	--	--

15	Kladné čísla a, b sú v pomere 5 : 3. V akom pomere sú čísla $a + b, a - b$? Výsledok napíšte ako pomer dvoch nesúdeliteľných prirodzených čísel.	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 5px;"> : </div>
-----------	---	--

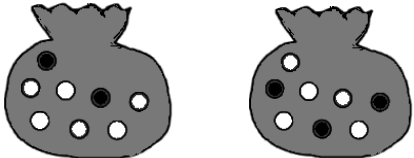
16 Obor hodnôt funkcie $f: y = a \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 3$, $a > 0$ je

(A) $\langle -3a; 3a \rangle$ (B) $\langle -a; a \rangle$
 (C) $\langle -3 - a; -3 + a \rangle$ (D) $\langle 3 - a; 3 + a \rangle$
 (E) $\langle -3 - a; 3 + a \rangle$

Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

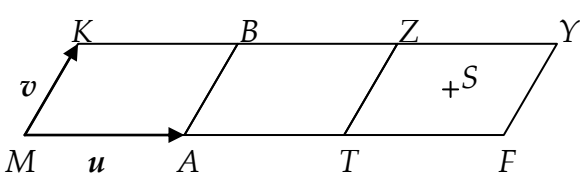
17 Vo vrecúškach A a B sú iba guľôčky dvoch farieb – biele a čierne, ich počty sú znázornené na obrázku. Juro si má vytiahnuť jednu guľôčku z vrecúška A alebo z vrecúška B.

Pravdepodobnosť, že si vyberie vrecúško A je $\frac{2}{3}$. Aká je pravdepodobnosť, že si Juro vytiahne čiernu guľôčku z vrecúška B? Odpoveď uveďte v tvare zlomku v základnom tvare.



vrecúško A
vrecúško B

18 Rovnobežník $MFYK$ sa skladá z 3 zhodných rovnobežníkov, pričom $\overrightarrow{MA} = \vec{u}$, $\overrightarrow{MK} = \vec{v}$. Pomocou vektorov \vec{u} a \vec{v} a bodu M vyjadrite stred S rovnobežníka $TFYZ$.



19 Šnúra na bielizeň je natihnutá medzi dvoma stĺpikmi so vzdialenosťou 8 m vo výške 3 m. Za tie roky je už dosť vyfahaná. Ak ju v strede stlačíme na dlážku, presne sa napne. Rozhodli sme sa ju znovu napnúť, a to tak, že jeden stĺpik posunieme ďalej od druhého. O koľko metrov?

20 Číslo 2806 je rôznopárnociferné, lebo každá jeho cifra je párna a jeho cifry sú navzájom rôzne. Nájdite najbližšie väčšie rôznopárnociferné číslo k číslu 8642.

21	Pre číslo m platí $3^m = 2$. Vypočítajte $\sqrt[m]{4}$. Výsledok zapíšte ako desatinné číslo.	
-----------	---	--

22	Z triedy náhodne vyberieme 1 žiaka. Je to dievča. Táto udalosť mala pravdepodobnosť $\frac{5}{12}$. Zo zvyšných žiakov náhodne vyberieme 1 žiaka. Je to chlapec. Táto udalosť mala pravdepodobnosť $\frac{3}{5}$. Určte počet žiakov triedy.	
-----------	--	--

23	Dané sú dve sústredné kružnice. Tetiva väčšej kružnice sa dotýka menšej kružnice a jej dĺžka sa rovná dĺžke menšej kružnice. Podiel polomeru väčšej a polomeru menšej kružnice možno zapísať v tvare $\sqrt{A + \pi^2}$. Nájdite hodnotu A .	$A =$
-----------	---	-------

24	<p>Ktorý z nasledujúcich množinových diagramov správne opisuje vzťah medzi</p> <ul style="list-style-type: none"> • množinou R všetkých pravouhlých trojuholníkov, • množinou A všetkých rovnoramenných trojuholníkov, • a množinou B všetkých rovnostranných trojuholníkov ? <p>(Základná množina T je množina všetkých trojuholníkov ležiacich v danej rovine α. V správnom riešení musia byť vyznačené symbolom \emptyset všetky časti diagramu, ktoré sú prázdnyimi množinami.)</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(A)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(B)</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>(C)</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>(D)</p> </div> </div>	<p>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</p>
-----------	---	---

- 25** Z riešenia rovnice sa v Imrovom zošite zachoval len útržok zadania (chýba v ňom časť pravej strany rovnice za znamienkom rovnosti) a jeden riadok správneho riešenia, pozri obrázok. Napíšte celé zadanie, dokončite riešenie a napíšte odpoveď.

$$x = \quad + \sqrt{6 - 5x}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 6 - 5x$$

celé zadanie:

množina všetkých riešení pôvodnej rovnice je

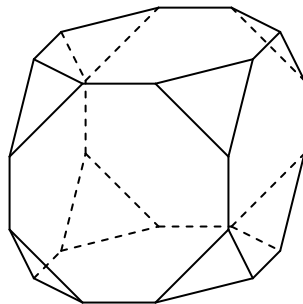
- 26** Množina všetkých reálnych čísel x , pre ktoré platí rovnosť $\log 100 \cdot \log x = \log(100 + x)$

- (A) prázdna. (B) jednoprvková.
 (C) dvojprvková. (D) množina \mathbb{R} .
 (E) interval $(0 ; \infty)$.

(Poznámka: symbol \log označuje logaritmus so základom 10.)

Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

- 27** Na obrázku je znázornené teleso, ktoré vzniklo z kocky s hranou dĺžky 1 tak, že každú hranu sme rozdelili dvoma „deliacimi“ bodmi na tri rovnako dlhé úsečky a potom sme z kocky odrezali osem trojbokých ihlanov, ktorých vrcholy tvorili vždy vrchol kocky a tri najbližšie k nemu ležiace „deliace“ body. Vypočítajte objem tohto telesa. Výsledok zapíšte zlomkom v základnom tvare.



28	Aký najmenší obsah môže mať štvoruholník, ktorého uhlopriečky sú na seba kolmé a majú dĺžky 7 a 10?	
-----------	---	--

29	V pravouhlom trojuholníku ABC je $ AB = 25$, $ BC = 7$, $ CA = 24$. Stred vpísanej kružnice označíme S . Vypočítajte $ BS $.	
-----------	---	--

30	<p>Doplňte chýbajúce čísla v riešení úlohy <i>Vypočítajte pravdepodobnosť, že náhodne zvolený bod štvorca $ABCD$ so stranou dĺžky 8 je bližšie k vrcholu A ako k stredu S strany BC.</i></p> <p>Potrebujeme vypočítať obsah lichobežníka $AXZD$. Pravouhlé trojuholníky ABS a AVW sú podobné, pritom</p> $ BS : AB = 1 : 2. \quad (*)$ <p>Preto aj $\frac{ VW }{ AV } = \frac{1}{2}$. Vieme, že $AV = \frac{ AB }{2} = 4$, preto</p> $ VW = 2, \text{ a teda } WY = 6. \quad (**)$ <p>Podobné sú aj trojuholníky ABS, WVX a WYZ, preto podľa (*) $\frac{ ZY }{ WY } = \frac{ XV }{ WV } = \frac{1}{2}$. Odtiaľ a z (**) vyplýva $ZY = 3$, $VX = 1$. Preto základne pravouhlého lichobežníka $AXZD$ majú dĺžky $AX = \dots\dots\dots$, $DZ = \dots\dots\dots$, jeho obsah je $S = \dots\dots\dots$ a hľadaná pravdepodobnosť je $p = \dots\dots\dots$ (pravdepodobnosť zapíšte ako desatinné číslo z intervalu $(0 ; 1)$).</p>	
		$ AX =$ $ DZ =$ $S =$ $p =$

KONIEC TESTU