

# MATEMATIKA - 2013

sem vlepíť  
čiarový kód uchádzača

Test obsahuje **30 úloh**. Na jeho vypracovanie máte **90 minút**. Každá úloha spolu so zadáním obsahuje aj miesto na zapísanie odpovede – je označené hrubším rámkom.

Povolené pomôcky: modré alebo čierne pero. Pomocné výpočty môžete robiť na voľné miesto v tomto teste alebo na papier, ktorý dostanete. **Nemôžete používať** žiadne iné pomôcky (napr. kalkulačku, mobil, vlastný papier a pod.).

Za správnu odpoveď na jednu úlohu získate 1 **hodnotenie** ✓ (ak úloha obsahuje viacero otázok alebo odpoveď má viacero častí, tak hodnotenie ✓ získate iba vtedy, keď správne zodpoviete všetky tieto otázky, resp. časti), inak je úloha hodnotená –. Celkový počet získaných hodnotení ✓ sa prepočíta na body (1 hodnotenie ✓ = 2/3 bodu).

**Odpovede** píšete na vyznačené miesto perom. Ak nie je v zadaní úlohy uvedené inak, zapisujte číselné odpovede ako desatinné čísla (teda napr. 2031 alebo – 315,7).

Ak sa pri zapisovaní odpovede **pomýlite**, zreteľne prečiarknite chybnú odpoveď a novú odpoveď vpíšete čitateľne opäť na vyznačené miesto. Pri hodnotení sa bude prihliadať iba na **odpovede**, ktoré sú **jednoznačne čitateľné a napísané na mieste určenom na zapísanie odpovede k prislúchajúcej úlohe**.

Rekapitulácia hodnotenia:

	počet hodnotení ✓		počet hodnotení ✓
strana 2 (úlohy 1 – 6)		strana 5 (úlohy 19 – 23)	
strana 3 (úlohy 7 – 13)		strana 6 (úlohy 24 – 27)	
strana 4 (úlohy 14 – 18)		strana 7 (úlohy 28 – 30)	
		celkový počet hodnotení ✓	
		celkový počet bodov	

<b>1</b>	Koľkokrát je číslo $3,6 \cdot 10^{15}$ väčšie ako číslo $1,2 \cdot 10^{12}$ ?	-krát
----------	---	-------

<b>2</b>	Graf znázorňuje známky z písomky, ktorú písalo 33 žiakov. Nájdite medián súboru všetkých známok z písomky.													
	<table border="1" style="margin: 10px auto;"> <caption>Data from the bar chart</caption> <thead> <tr> <th>známka</th> <th>počet žiakov</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>3</td><td>11</td></tr> <tr><td>4</td><td>10</td></tr> <tr><td>5</td><td>7</td></tr> </tbody> </table>	známka	počet žiakov	1	1	2	4	3	11	4	10	5	7	
známka	počet žiakov													
1	1													
2	4													
3	11													
4	10													
5	7													

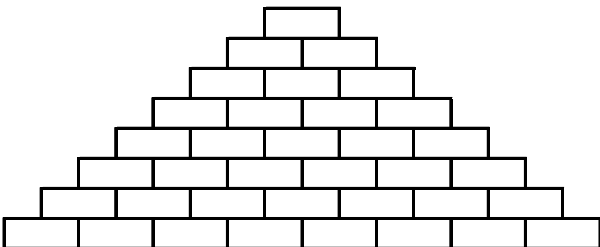
<b>3</b>	Nájdite hodnotu výrazu $\frac{(x^2 - y^2)(x + y)}{x^2 + 2xy + y^2}$ pre $x = 197\,613$ , $y = 197\,000$ .	
----------	---	--

<b>4</b>	Kocka s hranou dĺžky 4 je rozrezaná na 64 malých kociek s hranou dĺžky 1. Koľko malých kociek je „vnútorných“, t.j. koľko malých kociek nemá na povrchu veľkej kocky žiadny bod?	
----------	--	--

<b>5</b>	Určte kvocient geometrickej postupnosti, ktorej tri po sebe idúce členy sú $\frac{a}{b^2}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}.$ Výsledok zapíšte v tvare zlomku.	<div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin: 0 auto;"></div> <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 50px; margin: 0 auto;"></div>
----------	--	---

<b>6</b>	V číselnej sústave so základom 4 zapíšte výsledok sčítania $3012_4 + 1320_4$	
----------	--	--

<b>7</b>	<p>Priamka <math>p</math> prechádzajúca bodmi <math>[1,6]</math> a <math>[3,2]</math> má rovnicu <math>y = kx + q</math>.          Vypočítajte hodnoty <math>k, q</math>.</p>	$k = $ <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> , $q = $ <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/>
----------	---	---

<b>8</b>	<p>Z 36 rovnakých dielikov stavebnice postavíme 8-poschodovú pyramídu (pozri obrázok). Koľko rovnakých dielikov <u>navyššie</u> potrebujeme, ak chceme mať postavenú podobnú 11-poschodovú pyramídu?</p>		<input style="width: 60px; height: 60px;" type="text"/>
----------	--	--	---

<b>9</b>	<p>Dané sú body <math>P[3; 4]</math>, <math>Q[9; -2]</math>. Určte súradnice bodu <math>R</math>, ktorý úsečku <math>PQ</math> delí v pomere <math> PR : RQ  = 1:2</math>.</p>	$R[ $ <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> , <input style="width: 40px; height: 20px;" type="text"/> $ ]$
----------	--	--

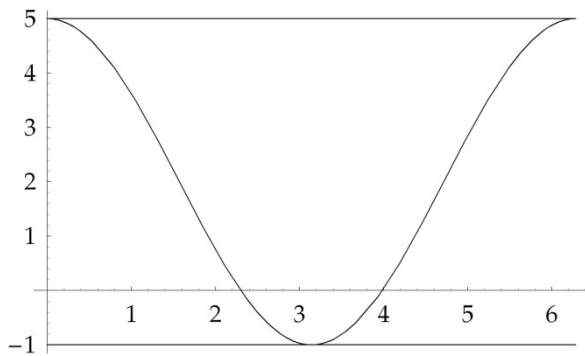
<b>10</b>	<p>Určte počet prvkov zjednotenia množín <math>C = \{3n; n = 1, 2, \dots, 671\}</math> a <math>D = \{11n; n = 1, 2, \dots, 183\}</math>.  <i>Poznámka:</i> <math>3 \cdot 671 = 11 \cdot 183 = 33 \cdot 61 = 2\,013</math>.</p>	<input style="width: 60px; height: 60px;" type="text"/>
-----------	--	---

<b>11</b>	<p>Ak <math>1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 15^2 = 1240</math>,          čomu sa rovná <math>2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 30^2</math> ?</p>	<input style="width: 60px; height: 60px;" type="text"/>
-----------	--	---

<b>12</b>	<p>Podiel dvoch celých čísel je <math>1,4</math>. Aký zvyšok po delení siedmimi dáva ich súčin?</p>	<input style="width: 60px; height: 60px;" type="text"/>
-----------	---	---

<b>13</b>	<p>Priemerný vek zamestnancov firmy je 31 rokov. Firma prijme štyroch nových zamestnancov, ktorých priemerný vek je 25 rokov. Tým sa pôvodný priemerný vek zamestnancov firmy zníži o 1 rok. Koľko zamestnancov mala firma pred prijatím uvedených 4 nových ľudí?</p>	<input style="width: 60px; height: 60px;" type="text"/>
-----------	---	---

- 14** Na obrázku je graf funkcie  $y = a + b \cos x$  na intervale  $\langle 0; 2\pi \rangle$ . Nájdite hodnoty  $a, b$ .



$$a = \boxed{\phantom{00}}, b = \boxed{\phantom{00}}$$

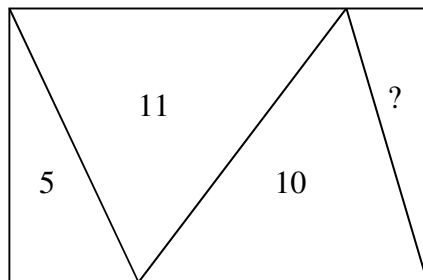
- 15** Ktorá z uvedených viet je negáciou výroku *Ak neprídu vaši k našim, tak neprídu naši k vašim?*

Na vyznačené miesto zapíšte písmeno označujúce túto negáciu.

- A) Ak neprídu vaši k našim, tak prídu naši k vašim.  
 B) Vaši prídu k našim a naši neprídu k vašim.  
 C) Ak prídu naši k vašim, tak prídu vaši k našim.  
 D) Vaši neprídu k našim a naši prídu k vašim.

Negáciou je výrok

- 16** Vypočítajte plochu trojuholníka označenú otáznikom.

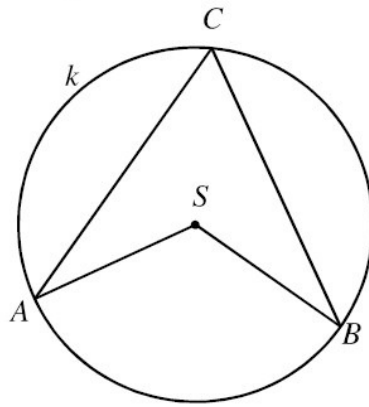


- 17** Číslo nazveme 13-tkové, ak ľubovoľné dve po sebe idúce cifry v ňom tvoria násobok 13. Takým číslom je napríklad 2652. Akou cifrou sa končí 100-ciferné 13-tkové číslo, ktoré začína cifrou 9?

- 18** Riešte rovnicu  $\frac{\log(3x+10)}{\log(x+4)} = 2$ .

*Poznámka:* Číslo  $-3$  nie je koreňom uvedenej rovnice.

- 19** Do kružnice  $k$  so stredom  $S$  a polomerom 2 je vpísaný rovnostranný trojuholník  $ABC$ . Určte obsah štvoruholníka  $ASBC$ . Výsledok zapíšte v tvare  $a \cdot \sqrt{b}$ , kde  $a, b$  sú prirodzené čísla.




- 20** Nájdite najmenšiu hodnotu funkcie  $y = x^2 + 4x + 11$ .

- 21** Určte všetky reálne čísla  $x$ , pre ktoré platí  $\left(\frac{1}{5}\right)^x < 25$ .  
Výsledok zapíšte ako interval.

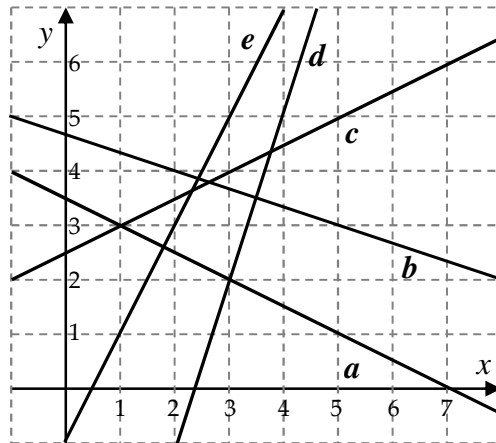
- 22** Kružnicu  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$  zobrazíme v osovej súmernosti podľa priamky  $x = 3$ .  
Napíšte súradnice stredu  $S$  vzniknutej kružnice.

$S[ \square , \square ]$

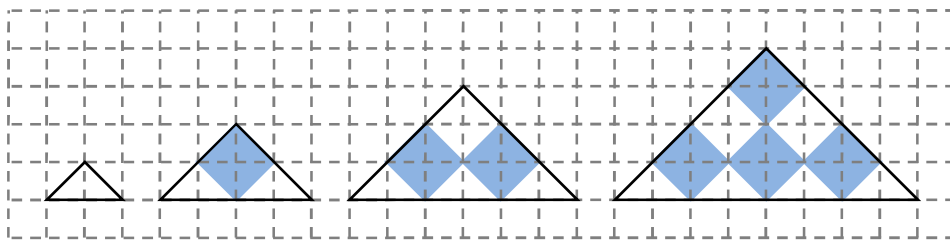
- 23** Na dve rôzne pozície v tej istej firme sa hlási manželský pár. Pravdepodobnosť, že prijmú muža je  $\frac{1}{6}$ , pravdepodobnosť, že prijmú ženu je  $\frac{1}{8}$ . S akou pravdepodobnosťou prijmú aspoň jedného z páru?  
Výsledok zapíšte v tvare zlomku v základnom tvare.

□
—
□

24 Ktorá z priamok  $a, b, c, d, e$  má smernicu 2 ?

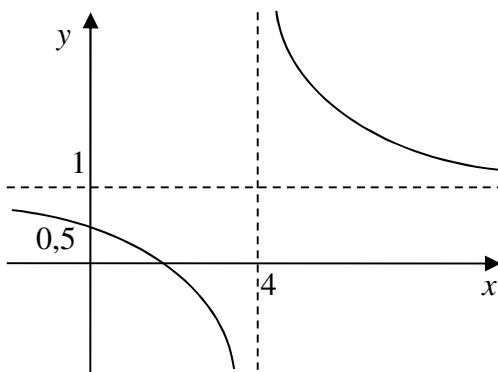



25 V štvorcovej sieti budeme postupne vytvárať trojuholníky, v ktorých zamaľujeme niektoré štvorce (pozri obrázok). Koľko štvorcov bude spolu zamaľovaných v 45. trojuholníku v poradí?




26 Koľko rozličných obdĺžnikov s celočíselnými dĺžkami strán má obsah 2400? (Obdĺžniky  $1 \times 3$  a  $3 \times 1$  považujeme za rovnaké.)

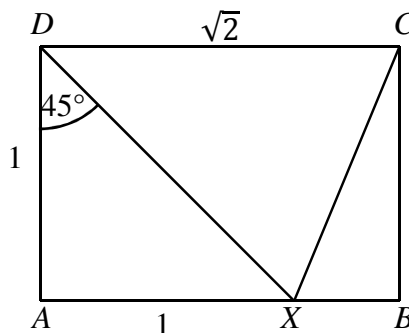
27 Na obrázku je schematicky znázornený graf funkcie  $y = \frac{x+b}{x+a}$ .  
Nájdite hodnoty  $a, b$ .



$a =$    $, b =$

28 V nasledujúcom texte doplňte chýbajúce časti (sú označené **DOPLŇTE**):

V obdĺžniku  $ABCD$  so stranami dĺžok  $|AB| = \sqrt{2}$ ,  $|AD| = 1$  zvolíme na úsečke  $AB$  bod  $X$  tak, aby sa  $|AX| = 1$  (pozri obrázok). Potom podľa Pytagorovej vety sa  $|DX| = \sqrt{2}$ . Trojuholník  $DXC$  je teda rovnoramenný a uhol  $XDC$  má veľkosť  $45^\circ$ . Potom vieme vypočítať veľkosť uhla  $XCB$ :



$|\sphericalangle XCB| = \text{DOPLŇTE}^\circ$ .

$|\sphericalangle XCB| =$

V pravouhlom trojuholníku  $XBC$  poznáme dĺžky odvesien:  $|BC| = 1$ ,  $|XB| = \text{DOPLŇTE}$ .

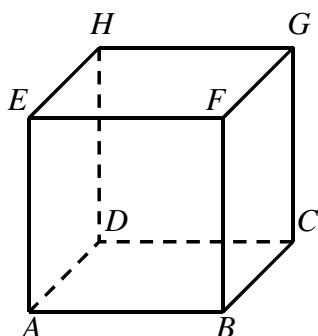
$|XB| =$

Vieme v ňom preto vypočítať tangens uhla pri vrchole  $C$ :

$\text{tg } \text{DOPLŇTE}^\circ = \text{DOPLŇTE}$ .

$\text{tg } \square^\circ = \square$

29 Stred hrany  $EF$  kocky  $ABCDEFGH$  označíme  $K$ . Rovina  $ACK$  delí kocku na dve telesá. Určte pomer ich objemov.



$\square : \square$

30 Zapište najväčšie prirodzené číslo vytvorené z navzájom rôznych nenulových cifier, v ktorom každá dvojica vedľa seba stojacich cifier tvorí dvojciferné prvočíslo.

**KONIEC TESTU**

*Miesto na poznámky a pomocné výpočty*