

MATEMATIKA - 2014

sem vlepíť
čiarový kód uchádzača

Test obsahuje **30 úloh**. Na jeho vypracovanie máte **90 minút**. Každá úloha spolu so zadáním obsahuje aj miesto na zapísanie odpovede – je označené hrubším rámkom.

Povolené pomôcky: modré alebo čierne pero. Pomocné výpočty môžete robiť na voľné miesto v tomto teste alebo na papier, ktorý dostanete. **Nemôžete používať** žiadne iné pomôcky (napr. kalkulačku, mobil, vlastný papier a pod.).

Za správnu odpoveď na jednu úlohu získate 1 **hodnotenie** ✓ (ak úloha obsahuje viacero otázok alebo odpoveď má viacero častí, tak hodnotenie ✓ získate iba vtedy, keď správne zodpoviete všetky tieto otázky, resp. časti), inak je úloha hodnotená –. Celkový počet získaných hodnotení ✓ sa prepočíta na body (1 hodnotenie ✓ = 2/3 bodu).

Odpovede píšete na vyznačené miesto perom. Ak nie je v zadaní úlohy uvedené inak, zapisujte číselné odpovede ako desatinné čísla (teda napr. 2031 alebo – 315,7).

Ak sa pri zapisovaní odpovede **pomýlite**, zreteľne prečiarknite chybnú odpoveď a novú odpoveď vpíšete čitateľne opäť na vyznačené miesto. Pri hodnotení sa bude prihliadať iba na **odpovede**, ktoré sú **jednoznačne čitateľné a napísané na mieste určenom na zapísanie odpovede k prislúchajúcej úlohe**.

Rekapitulácia hodnotenia:

	počet hodnotení ✓		počet hodnotení ✓
strana 2 (úlohy 1 – 6)		strana 6 (úlohy 23 – 26)	
strana 3 (úlohy 7 – 12)		strana 7 (úlohy 27 – 28)	
strana 4 (úlohy 13 – 17)		strana 8 (úlohy 29 – 30)	
strana 5 (úlohy 18 – 22)		celkový počet hodnotení ✓	
		celkový počet bodov	

1	Určte hodnotu výrazu $\frac{(x-1)(x+1)}{x^2+2}$ pre $x = \sqrt{2}$. Výsledok zapíšte ako desatinné číslo.	
----------	---	--

2	Obvod pravidelného šesťuholníka je 18. Určte polomer jeho opísanej kružnice.	
----------	--	--

3	Vo Vennovom diagrame šrafovaním vyznačte množinu $(A \cap B) \setminus C$ (symbol \setminus označuje množinový rozdiel). <i>Poznámka: Ak sa v odpovedi pomýlite, prečiarknite nesprávne vyplnený Vennov diagram krížom \times a odpoveď vyplňte do druhého diagramu. Ak budú v oboch diagramoch vyznačené odpovede a ani jeden nebude prečiarknutý, tak hodnotenie \checkmark získate iba vtedy, keď obidve vyznačené odpovede budú správne.</i>

4	Koľkokrát väčšie je číslo 4^5 ako 2^5 ?	- krát
----------	---	--------

5	Určte medián súboru 3, 4, 2, 6, 8, 3, 4, 2, 7, 9.	
----------	---	--

6	Ktorý z nasledujúcich vzťahov pre číselné množiny $\mathbb{N}, \mathbb{Z}^-, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}$ (\mathbb{Z}^- označuje množinu všetkých záporných celých čísel, \mathbb{I} množinu všetkých iracionálnych čísel) <u>nie</u> je pravdivý? (A) $\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^- \cup \{0\}$ (B) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$ (C) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I} = \mathbb{R}$ (D) $\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q} = \mathbb{N}$ (E) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$	Sem napíšte písmeno označujúce nepravdivý vzťah:
----------	---	--

7	Určte kosínus najmenšieho vnútorného uhla v pravouhlom trojuholníku s odvesnami 12 a 5 a preponou 13. Výsledok zapíšte ako zlomok v základnom tvare.	<div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto;"></div> <hr style="width: 40px; margin: 0 auto;"/> <div style="border: 1px solid black; width: 40px; height: 40px; margin: 0 auto;"></div>
----------	--	--

8	Pre koľko celých čísel x platí, že $ x - 2 \leq 3$?	
----------	---	--

9	Vieme, že platí $\log_2 m = 16$. Určte, na koľkú treba umocniť číslo 4, aby sme dostali m .	Číslo 4 treba umocniť na
----------	--	--------------------------

10	Vo firme, ktorá zamestnávala 11 ľudí, bola priemerná mesačná mzda 900 EUR. Jeden zamestnanec so mzdou 1 300 EUR odišiel a na jeho miesto nik nenastúpil. Koľko EUR je nová priemerná mesačná mzda v tejto firme?	
-----------	--	--

11	Z rovnako veľkých kociek s hranou dĺžky 5 sme zlepili teleso (kocky sme zlepovali celými stenami). Toto teleso má rovnaký nárys, bokorys i pôdorys, je ním útvar zobrazený na obrázku. Vypočítajte objem tohto telesa.	
-----------	--	--

12	Určte všeobecnú rovnicu priamky p , ktorá prechádza bodom $A[2,5]$ a je rovnobežná s priamkou q : $x = 3$ $y = 1 - t, t \in \mathbb{R}$.	p :
-----------	---	-------

13 Pre ktorú z nasledujúcich nerovnic je množinou všetkých jej riešení interval $(-2,3)$?

(A) $(x + 2)(x - 3) > 0$ (B) $(x + 2)(x - 3) < 0$
 (C) $(x - 2)(x + 3) > 0$ (D) $(x - 2)(x + 3) < 0$

Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

14 Rovnosť

$$\frac{4 + x}{6 + 3} = \frac{4}{6} + \frac{x}{3}$$

(A) platí pre všetky $x \in \mathbb{R}$.
 (B) neplatí pre žiadne $x \in \mathbb{R}$.
 (C) platí iba pre $x = \dots\dots\dots$.

Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

Ak ste sa rozhodli pre odpoveď (C), sem napíšte hodnotu

$x =$

15 V nasledujúcom texte vyberte jednu z dvoch možností v rámičku a doplňte chýbajúce číslo na miesto označenom **DOPLŇTE** .

Priamka, ktorá je grafom lineárnej funkcie f , má smernicu -2 . Z toho vyplýva: ak sa hodnota nezávislej premennej zväčší o 4, tak hodnota závislej premennej sa zväčší zmenší o **DOPLŇTE** .

Z rámička ste vybrali možnosť:

na mieste **DOPLŇTE** má byť číslo

16 V náhodne vybranej vzorke ľudí bolo 48 % hnedookých a 18 % hnedookých s okuliarmi. Aká je pravdepodobnosť, že náhodne zvolený hnedooký človek z tejto vzorky nosí okuliare? Výsledok uveďte v tvare zlomku v základnom tvare.

17 Riešte v \mathbb{R} : $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^x = 511$.

$x =$

18	V 11-podlažnom dome sú na každom podlaží 4 byty, každý orientovaný na inú svetovú stranu. Určte, koľko je spolu všetkých možností, ako v tomto dome môžu bývať pán Novák a pán Mrkva, ak vieme, že pán Novák býva v byte orientovanom na juh, pán Mrkva na západ a tiež vieme, že pán Novák býva na vyššom podlaží ako pán Mrkva.	
-----------	---	--

19	Sú dané tri výroky p, q, r . O výroku p vieme, že je pravdivý, o výroku q , že je nepravdivý a pravdivostnú hodnotu výroku r nepoznáme. Ktorú logickú spojku z množiny $\{\wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow\}$ treba doplniť do rámčeka, aby bol zložený výrok určite <u>nepravdivý</u> ?	Treba doplniť spojku
$\neg \left[(p \wedge q) \boxed{} r \right]$		
(Symbol \neg označuje negáciu výroku.)		

20	Vieme, že obsah plochy ohraničenej osou x a grafom funkcie $f: y = \sin x$ na intervale $\langle 0, \pi \rangle$ je 2. Určte obsah plochy ohraničenej osou x a grafom funkcie $g: y = \left \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \right $ na intervale $\langle -\pi, 7\pi \rangle$.	
-----------	---	--

21	Vo vrecúšku máme 5 kartičiek s písmenami $\boxed{A}, \boxed{T}, \boxed{O}, \boxed{N}, \boxed{N}$, ktoré postupne vyberáme a ukladáme do 5-písmenkovej postupnosti. Určte pravdepodobnosť, že vytvoríme slovo ANTON. Výsledok uveďte v tvare zlomku v základnom tvare.	<div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 40px; margin: 0 auto;"></div> <hr style="width: 50%; margin: 5px auto;"/> <div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 40px; margin: 0 auto;"></div>
-----------	--	---

22	Ak graf funkcie $y = 5^x$ posunieme o 2 jednotky dĺžky doľava v smere osi x (teda nájdeme jeho obraz pri posunutí o vektor $(-2, 0)$), dostaneme graf funkcie, ktorej predpis je	Sem napíšte písmeno správnej odpovede:
(A) $y = 3^x$		
(B) $y = 7^x$		
(C) $y = 5^x + 2$		
(D) $y = 5^x - 2$		
(E) $y = 25 \cdot 5^x$		
(F) $y = \frac{5^x}{25}$		

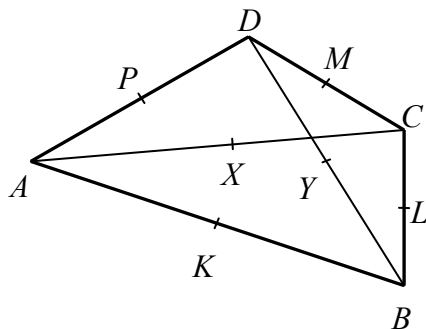
23	O každom z nasledujúcich tvrdení rozhodnite, či je pravdivé alebo nepravdivé (zápis $a x$ je zápis tvrdenia „prirodzené číslo a je deliteľom čísla x “). Odpoveď vyznačte krížikom v príslušnom stĺpci.		
		<i>pravdivé</i>	<i>nepravdivé</i>
	ak $5 x$ a $6 x$, tak aj $30 x$		
	ak $6 x$ a $15 x$, tak aj $90 x$		
	ak $a 90$, tak $a 6$ alebo $a 15$		
	ak $a 6$ a $a 15$, tak $a 90$		

24	Existuje číslo $a \in \mathbb{R}$, pre ktoré sústava rovníc $\begin{cases} 2x + ay = 4 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$ nemá riešenie?
	<p>(A) Áno, takým číslom je napr. $a = \dots\dots\dots$</p> <p>(B) Nie, také číslo neexistuje.</p>
	<p>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</p> <p>Ak ste sa rozhodli pre odpoveď (A), sem napíšte hodnotu</p> <p style="text-align: center;">$a =$</p>

25	Podľa Apollóniovej vety platí v trojuholníku ABC pre dĺžku ťažnice t_a vzťah $2(t_a)^2 = b^2 + c^2 - \frac{a^2}{2}$. Z neho vyplýva, že v každom pravouhlom trojuholníku s odvesnami a, b a preponou c je súčet $(t_a)^2 + (t_b)^2 + (t_c)^2$ vždy tým istým k -násobkom čísla c^2 . Určte hodnotu k .	
-----------	---	--

26	V 6. knihe Euklidových Základov je toto tvrdenie: <i>v trojuholníku os vnútorného uhla rozdeľuje protíahlú stranu v pomere dĺžok zvyšných dvoch strán trojuholníka</i> . Nájdite na základe toho polomer kružnice vpísanej do rovnoramenného trojuholníka s ramenami dĺžky 5 a základňou dĺžky 6.	
-----------	---	--

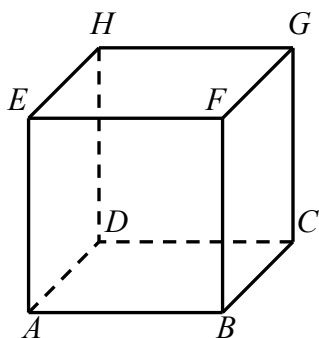
- 27 Na obrázku sú vyznačené stredy strán a uhlopriečok konvexného štvoruholníka $ABCD$. Ktorá z nasledujúcich formulácií je správny zápis textu „v konvexnom štvoruholníku $ABCD$ priesečník spojnic stredov protiľahlých strán rozpoľuje úsečku spájajúcu stredy uhlopriečok“?



- (A) Priesečník úsečiek KD a MA je stred úsečky PY .
 (B) Priesečník úsečiek XL a YK je stred úsečky KM .
 (C) Priesečník úsečiek KD a MA je stred úsečky PL .
 (D) Priesečník úsečiek KM a PL je stred úsečky XY .
 (E) Priesečník úsečiek XL a YK je stred úsečky KM .
 (F) Priesečník úsečiek XL a YP je stred úsečky XY .

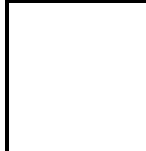
Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

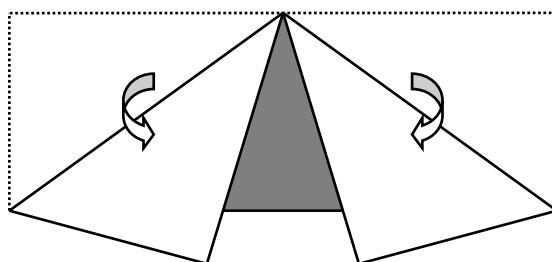
- 28 Označme M, N, R, S postupne stredy hrán AB, AD, EF, FG kocky $ABCDEFGH$. Roviny MRN, BFH, BDS delia kocku na štyri telesá. Určte pomer ich objemov, zapíšte ho ako pomer jednociferných prirodzených čísel.



: : :

29	Prirodzené číslo nazveme <i>devätisté</i> , ak každé dve jeho vedľa seba stojace cifry sú zápisom čísla deliteľného deviatimi (za zápisy čísla deliteľného 9 pokladáme aj zápisy 00 a 09, teda napr. číslo 900000909 je devätisté). Koľko existuje desaťciferných devätistých čísel?	
----	--	--

30	Rohy obdĺžnika s dĺžkou 4 a šírkou 1 sme ohli tak, ako na obrázku. Určte obsah vyznačeného trojuholníka (t.j. trojuholníka, ktorý ostal nezakrytý zahnutými rohmi).	
----	---	--



KONIEC TESTU