

Univerzita Komenského, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Jún 2010
Verzia C

1. Britský lekársky časopis „The Lancet“ varuje pred celosvetovou epidémiou rakoviny pľúc a požaduje drastický nárast ceny cigariet. Rakovina pľúc sa stala jednou z najrozšírenejších druhov rakoviny, zdôrazňuje najstarší lekársky časopis. Podľa svetovej banky nárast ceny tabaku o 10% zníži dopyt o 8%. Predpokladajme, že vzťah medzi cenou a dopytom platí vo väčšine oblastí obchodu. *(Westfälische Nachrichten, 14.05.2005)*

- a) Aká bude cena a dopyt, ak zdražíme tabak trikrát po sebe o 10%?
- b) Napíšte predpis pre dopyt po tabaku, ak sa cena zdvihla x -krát po sebe o 10%.
- c) Po koľkých zdraženiach o 10% bude dopyt po tabaku približne polovičný? Aká bude cena?

2. Je daný pravouhlý trojuholník, ktorého strany tvoria 3 za sebou idúce členy aritmetickej postupnosti. Vypočítajte dĺžky strán tohto trojuholníka, ak polomer vpísanej kružnice tomuto trojuholníku je 7.

3. Riešte v R : $\frac{\cos 2x}{\cos^2 x} = 1 - \frac{2 \sin^2 x}{\sin 2x}$.

4. Dané sú body $A[2,2,1]$ a $B[0,-1,-4]$. V rovine určenej súradnicovými osami x a y nájdite všetky body X , pre ktoré $|\sphericalangle AXB| = 90^\circ$.

5. Zistite, koľko je nezáporných celočíselných riešení sústavy rovníc:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 &= 6 \\x_1 + x_2 + \dots + x_5 &= 15\end{aligned}$$

6. Určte, pre aký parameter $p \in R$ je funkcia f definovaná na R a zároveň nadobúda maximum v bode 2, ak $f : y = \frac{6x-6}{x^2-2x+p}$.

7. Otec, mama a ich synáčik Jožinko sa zastavili pri kruhovom jazierku s priemerom 400 m. Jožinko tak dlho naliehal na rodičov, až mu napokon dovolili vykúpať sa. Kým Jožinko plával, rodičia pobiehali po brehu pri okraji jazierka tak, aby sa Jožinko nachádzal stále presne v strede medzi nimi. V istej chvíli boli otec s mamou od seba vzdialení 320 m. Koľko metrov od najbližšieho bodu brehu bol v tej chvíli Jožinko?