

Univerzita Komenského, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Jún 2010
Verzia B

1. Včera sa dvom pekármi podarilo zaplniť námestie vo francúzskom mestečku reťazou 400 píz, ktorá bola dlhá 160 metrov. Obaja piekli pizze s priemerom 33 cm dvanásť hodín a v súčasnosti dúfajú, že sa svojim činom dostanú do Guinnessovej knihy rekordov. Po ukončení pokusu o rekord boli pizze, ktoré boli obložené paradajkami, šunkou, syrom a paprikou, rozdane zadarmo divákovi. *(Westfälische Nachrichten, 2.05.2005)*

- a) Bola reťaz píz naozaj dlhá 160m? Zdôvodnite!
- b) Aká bola plocha píz, ktoré mohli byť po pokuse o rekord zjedené?
- c) Ak by sa pekári snažili len o rekord v dĺžke reťazca, mohli by zvoliť iný rozmer píz, aby ušetrili cestu a prílohy? Zdôvodnite!

2. Základne rovnoramenného lichobežníka a jeho výška tvoria v tomto poradí 3 po sebe idúce členy geometrickej postupnosti. Určte veľkosť vnútorných uhlov tohto lichobežníka, ak jeho obsah je 54 a súčin základní je 18.

3. Riešte v R : $\sin x(2 \sin x - 1) = \sqrt{3}(\sin 2x - \cos x)$

4. Nech $A[3, -4, 4]$. Na priamke $p: x = 1 - t; y = 2 + t; z = 3 - 2t$ ($t \in \mathbb{R}$) nájdite taký bod X , pre ktorý

- a) $|AX| = 5$
- b) je jeho vzdialenosť od bodu A minimálna.

5. V lietadle je n radov sedadiel, v každom rade sú 3 sedadlá. Do lietadla nastupuje n zloborov, n princezien a n oslíkov. Koľkými spôsobmi sa môžu rozsadiť, ak v každom rade má z bezpečnostných dôvodov sedieť 1 zlobor, 1 princezná a 1 oslík? (Zlobri, princezné i oslíci sú navzájom rozlíšiteľní, dve rozsadenia sú rôzne, aj keď sa líšia iba presadením bytostí v rade.)

6. K stanovnej súprave patrí 9 tyčí, (6 z nich je dĺžky a m, 3 sú dĺžky b m), celtovina s plochou $8m^2$ a gumená podlaha. Určte rozmery tyčí tak, aby stan ohraničil čo najväčší priestor. (Stan pokladajte za pravidelný trojboký hranol.)

7. Trojuholník ABC je podobný s trojuholníkom KLM znázorneným na obrázku. Zistite, v akom pomere sú obsahy trojuholníkov ABO , BCO a CAO , kde O je stred kružnice vpísanej trojuholníku ABC .

