

MATEMATIKA – 2018

sem vlepíť
čiarový kód uchádzača

Test obsahuje **20 úloh**. Na jeho vypracovanie máte **90 minút**. Každá úloha spolu so zadáním obsahuje aj miesto na zapísanie odpovede – je označené hrubším rámkom.

Povolené pomôcky: modré alebo čierne pero. Pomocné výpočty môžete robiť na voľné miesto v tomto teste alebo na papier, ktorý dostanete. **Nemôžete používať** žiadne iné pomôcky (napr. kalkulačku, mobil, vlastný papier a pod.).

Za správnu odpoveď na jednu úlohu získate 1 **bod** (ak úloha obsahuje viacero otázok alebo odpoveď má viacero častí, tak bod získate iba vtedy, keď správne zodpoviete všetky tieto otázky, resp. časti), inak za odpoveď získate 0 bodov.

Odpovede píšete na vyznačené miesto perom. Ak nie je v zadání úlohy uvedené inak, zapisujete číselné odpovede ako desatinné čísla (teda napr. 2031 alebo $-315,7$).

Ak sa pri zapisovaní odpovede **pomýlite**, zreteľne prečiarknite chybnú odpoveď a novú odpoveď vpíšete čitateľne opäť na vyznačené miesto. Pri hodnotení sa bude prihliadať iba na **odpovede**, ktoré sú **jednoznačne čitateľné a napísané na mieste určenom na zapísanie odpovede k príslušnej úlohe**.

Rekapitulácia hodnotenia:

	počet bodov		počet bodov
strana 2 (úlohy 1 – 6)		strana 5 (úlohy 14 – 17)	
strana 3 (úlohy 7 – 8)		strana 6 (úlohy 18 – 20)	
strana 4 (úlohy 9 – 13)			
celkový počet bodov			

Dátum: 12. 6. 2018.

Test vyhodnotil/a (podpis) _____

1	Pre body A, B, C platí $ AB = 3$, $ BC = 4$. Aká najväčšia a aká najmenšia môže byť vzdialenosť $ AC $?	najväčšia = najmenšia =
----------	--	----------------------------

2	Výraz $x^2 - 6x + 12$ možno upraviť na tvar $(x - a)^2 + b$. Nájdite hodnoty a, b .	$a =$ $b =$
----------	--	----------------

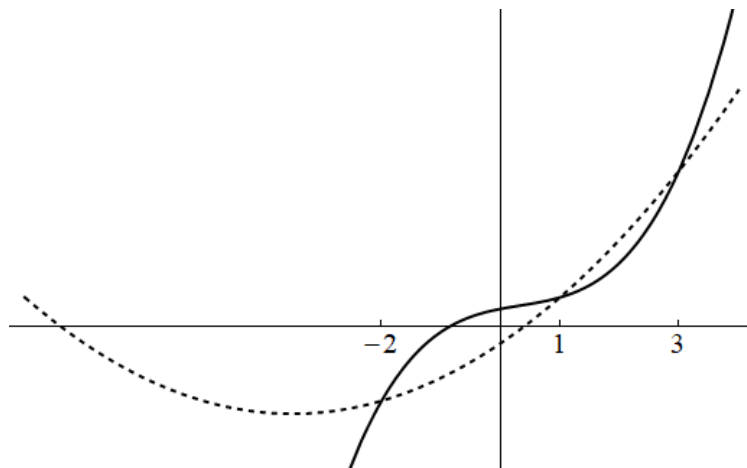
3	Aritmetický priemer dvoch čísel je 70. Ak jedno z týchto dvoch čísel označíme c , tak druhé číslo je	<i>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</i>
	(A) $70 - \frac{c}{2}$, (B) $70 - c$, (C) $140 - \frac{c}{2}$, (D) $140 - c$.	

4	V nasledujúcom texte vyberte vždy správnu z možností kladné/záporné:	
	Číslo $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4$ je kladné/záporné ,	<i>vybrali ste možnosť</i>
	číslo $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}$ je kladné/záporné ,	<i>vybrali ste možnosť</i>
	preto $\frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{2}{3}}}$ je kladné/záporné číslo.	<i>vybrali ste možnosť</i>

5	Množiny A, B sú disjunktné, množina A má 7 prvkov, množina B 9 prvkov. Koľko 6-prvkových podmnožín množiny $A \cup B$ obsahuje práve 2 prvky množiny A ?	
----------	--	--

6	Ak na riešenie rovnice $2 \sin^2 x + 3 \cos x - 4 = 0$ použijeme substitúciu $\cos x = t$, dostaneme po úprave rovnicu	<i>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</i>
	(A) $2t^2 - 3t - 4 = 0$, (B) $2t^2 - 3t + 2 = 0$, (C) $2t^2 - 3t - 2 = 0$, (D) $2t^2 + 3t + 2 = 0$, (E) $2t^2 + 3t - 4 = 0$, (F) $2t^2 + 3t - 2 = 0$.	

- 7 Na obrázku sú grafy funkcií
 $f: y = x^2 + 7x - 3$ a $g: y = x^3 - x^2 + 2x + 3$,
 ktoré sa pretínajú v bodoch s x -ovými súradnicami $-2, 1$ a 3 .



V každej z nasledujúcich dvoch viet doplňte jednu z možností „ f, g “:

Neprerušovaná čiara je graf funkcie

vybrali ste možnosť

Prerušovaná čiara je graf funkcie

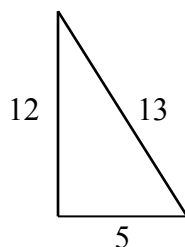
vybrali ste možnosť

Zapíšte množinu všetkých riešení nerovnice

$$x^3 - x^2 + 2x + 3 < x^2 + 7x - 3$$

ako zjednotenie intervalov.

- 8 Vypočítajte objem V telesa, ktoré vznikne rotáciou pravouhlého trojuholníka na obrázku okolo jeho dlhšej odvesny. Výsledok zapíšte v tvare násobku čísla π .



$$V = \quad \cdot \pi$$

9	Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu p , pre ktorú má rovnica $6 \sin x = p$ aspoň jedno riešenie.	najmenšia = najväčšia =
----------	---	--

10	Na obrázku sú znázornené uhly x, a, b, c .	
	Pre veľkosť uhla x platí (A) $x = 180^\circ + a - b - c$, (B) $x = 180^\circ - a + b - c$, (C) $x = 180^\circ - a - b + c$, (D) $x = 180^\circ - a - b - c$,	Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

11	Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^\infty$ je určená rekurentne: $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 2n$. Vypočítajte, akú hodnotu má člen a_{100} .	
-----------	--	--

12	Doplňte chýbajúce časti v nasledujúcom tvrdení o nepárnej funkcii f (chýbajúci text je označený DOPLŇTE). Ak nepárna funkcia f rastie na intervale $\langle 0; 1 \rangle$ a klesá na intervale $\langle -3; -2 \rangle$, tak musí <ul style="list-style-type: none"> • rásť aj na intervale DOPLŇTE • a klesať aj na intervale DOPLŇTE. 	<div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 30px; margin-bottom: 10px;"></div> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 30px;"></div>
-----------	---	--

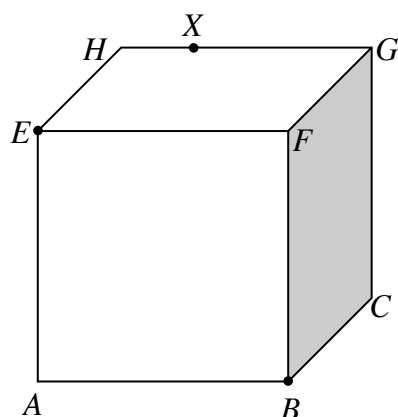
13	Ku kružnici k so stredom S a polomerom 5 sme viedli dotyčnicu bodom A , ktorého vzdialenosť od S je 13. Vypočítajte vzdialenosť A od bodu B , v ktorom sa táto dotyčnica dotýka kružnice k .	
-----------	--	--

14	<p>Voda pri zamrznutí na ľad zväčší svoj objem o $\frac{1}{11}$. O akú časť zmenší svoj objem ľad pri rozmrznutí na vodu?</p> <p>(A) o $\frac{1}{9}$,</p> <p>(B) o $\frac{1}{10}$,</p> <p>(C) o $\frac{1}{11}$,</p> <p>(D) o $\frac{1}{12}$.</p>	<p><i>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</i></p>
-----------	---	--

15	<p>Nájdite číslo a tak, aby platilo $\log_a 2 + \log_a 3 = \frac{1}{2}$.</p>	<p>$a =$</p>
-----------	--	-------------------------

16	<p>Prirodzené číslo nazveme <i>mimózne</i>, ak jeho ciferný súčet je prvočíslo (pripomeňme, že čísla 0 a 1 nie sú prvočísla).</p> <p>Nájdite najmenšie štvorciferné mimózne číslo.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div> <p>Nájdite najväčšie trojciferné mimózne číslo.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div>
-----------	--

17	<p>V kocke $ABCDEFGH$ leží bod X vnútri hrany HG. Pre ktoré z hrán DH, DA, DC, CG, CB platí:</p> <p>„priesečník danej hrany s rovinou EBX leží vnútri danej hrany“?</p>	<div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>
-----------	--	--



18

Je známe, že platí toto tvrdenie:

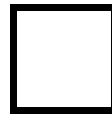
Počet kladných koreňov polynómu nie je väčší ako počet zmien znamienok jeho koeficientov.

(Za zmenu znamienka polynómu $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ pokladáme prípad, keď koeficient u nasledujúcej mocniny má opačné znamienko, pričom nulové koeficienty nezapočítavame; napr. polynóm $3x^5 - 4x^2 - 4x + 5$ má dve zmeny znamienok.)

Iba na základe tohto tvrdenia odhadnite počet kladných koreňov polynómu $x^7 - 5x^5 - x^4 - 2x^2 + x + 12$.

V odpovedi doplňte znak nerovnosti \geq alebo \leq a prirodzené číslo.

Počet kladných koreňov je



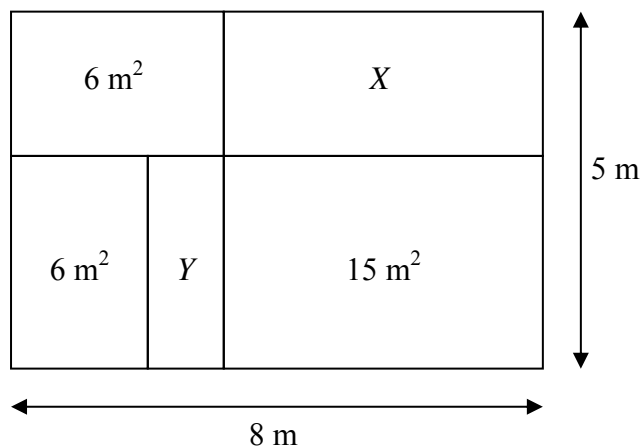
znak
nerovnosti



prirodzené
číslo

19

Jedným z riešení nasledujúcej „obrázkovej úlohy“ je dvojica $X = 9$, $Y = 4$. Nájdite ďalšie riešenie.

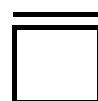


$X =$

$Y =$

20

Náhodne zvolíme dve čísla $a, b \in (0; 2)$. Aká je pravdepodobnosť, že existuje trojuholník s dĺžkami strán $a, b, 1$? Výsledok zapíšte ako zlomok v základnom tvare ležiaci v intervale $(0; 1)$.



KONIEC TESTU