

# MATEMATIKA – 2018

sem vlepíť  
čiarový kód uchádzača

Test obsahuje **20 úloh**. Na jeho vypracovanie máte **90 minút**. Každá úloha spolu so zadáním obsahuje aj miesto na zapísanie odpovede – je označené hrubším rámkom.

Povolené pomôcky: modré alebo čierne pero. Pomocné výpočty môžete robiť na voľné miesto v tomto teste alebo na papier, ktorý dostanete. **Nemôžete používať** žiadne iné pomôcky (napr. kalkulačku, mobil, vlastný papier a pod.).

Za správnu odpoveď na jednu úlohu získate 1 **bod** (ak úloha obsahuje viacero otázok alebo odpoveď má viacero častí, tak bod získate iba vtedy, keď správne zodpoviete všetky tieto otázky, resp. časti), inak za odpoveď získate 0 bodov.

**Odpovede** píšete na vyznačené miesto perom. Ak nie je v zadání úlohy uvedené inak, zapisujete číselné odpovede ako desatinné čísla (teda napr. 2031 alebo – 315,7).

Ak sa pri zapisovaní odpovede **pomýlite**, zreteľne prečiarknite chybnú odpoveď a novú odpoveď vpíšete čitateľne opäť na vyznačené miesto. Pri hodnotení sa bude prihliadať iba na **odpovede**, ktoré sú **jednoznačne čitateľné a napísané na mieste určenom na zapísanie odpovede k príslušnej úlohe**.

Rekapitulácia hodnotenia:

	počet bodov		počet bodov
strana 2 (úlohy 1 – 6)		strana 5 (úlohy 14 – 17)	
strana 3 (úlohy 7 – 8)		strana 6 (úlohy 18 – 20)	
strana 4 (úlohy 9 – 13)			
<b>celkový počet bodov</b>			

Dátum: 12. 6. 2018.

Test vyhodnotil/a (podpis) \_\_\_\_\_

<b>1</b>	Výraz $x^2 - 4x + 8$ možno upraviť na tvar $(x - a)^2 + b$ . Nájdite hodnoty $a, b$ .	$a =$ $b =$
----------	--	----------------

<b>2</b>	Pre body $A, B, C$ platí $ AB  = 3,  BC  = 4$ . Aká najväčšia a aká najmenšia môže byť vzdialenosť $ AC $ ?	najväčšia = najmenšia =
----------	---	----------------------------

<b>3</b>	Aritmetický priemer dvoch čísel je 70. Ak jedno z týchto dvoch čísel označíme $c$ , tak druhé číslo je (A) $70 - c$ , (B) $70 - \frac{c}{2}$ , (C) $140 - c$ , (D) $140 - \frac{c}{2}$ .	Sem napíšte písmeno správnej odpovede:
----------	--	--

<b>4</b>	V nasledujúcom texte vyberte vždy správnu z možností kladné/záporné:  Číslo $\left(\frac{2}{3}\right)^4 - 1$ je <input type="text"/> kladné/záporné,  číslo $\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{2}{3}} - 1$ je <input type="text"/> kladné/záporné,  preto $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^4 - 1}{\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{2}{3}} - 1}$ je <input type="text"/> kladné/záporné číslo.	vybrali ste možnosť
		vybrali ste možnosť
		vybrali ste možnosť

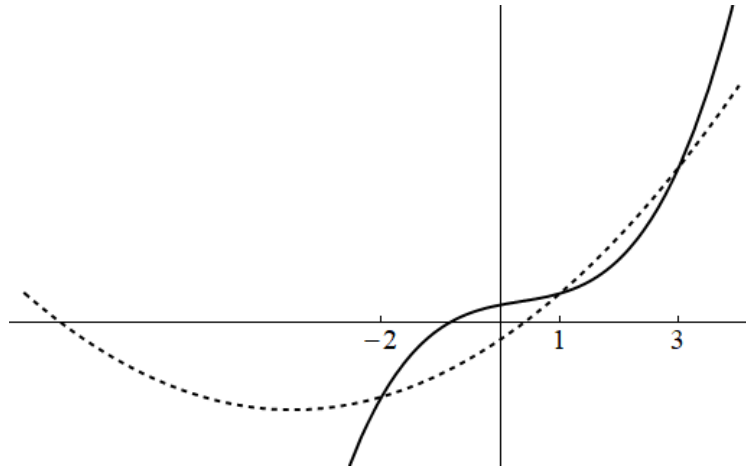
<b>5</b>	Množiny $A, B$ sú disjunktné, množina $A$ má 5 prvkov, množina $B$ 10 prvkov. Koľko 6-prvkových podmnožín množiny $A \cup B$ obsahuje práve 2 prvky množiny $A$ ?	
----------	---	--

<b>6</b>	Ak na riešenie rovnice $2 \sin^2 x + 3 \cos x - 4 = 0$ použijeme substitúciu $\cos x = t$ , dostaneme po úprave rovnicu (A) $2t^2 + 3t - 4 = 0$ , (B) $2t^2 + 3t + 2 = 0$ , (C) $2t^2 + 3t - 2 = 0$ , (D) $2t^2 - 3t + 2 = 0$ , (E) $2t^2 - 3t - 4 = 0$ , (F) $2t^2 - 3t - 2 = 0$ .	Sem napíšte písmeno správnej odpovede:
----------	---	--

7

Na obrázku sú grafy funkcií

$$f: y = x^3 - x^2 + 2x + 3 \quad \text{a} \quad g: y = x^2 + 7x - 3,$$

ktoré sa pretínajú v bodoch s  $x$ -ovými súradnicami  $-2$ ,  $1$  a  $3$ .

V každej z nasledujúcich dvoch viet doplňte jednu z možností „ $f$ ,  $g$ “:

Neprerušovaná čiara je graf funkcie .....

*vybrali ste možnosť*

Prerušovaná čiara je graf funkcie .....

*vybrali ste možnosť*

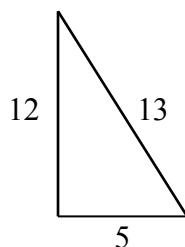
Zapíšte množinu všetkých riešení nerovnice

$$x^3 - x^2 + 2x + 3 > x^2 + 7x - 3$$

ako zjednotenie intervalov.

8

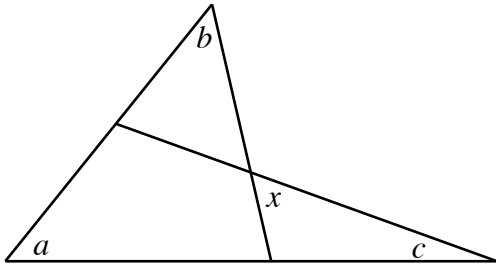
Vypočítajte objem  $V$  telesa, ktoré vznikne rotáciou pravouhlého trojuholníka na obrázku okolo jeho dlhšej odvesny. Výsledok zapíšte v tvare násobku čísla  $\pi$ .



$$V = \quad \cdot \pi$$

<b>9</b>	Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je určená rekurentne: $a_1 = 2, \quad a_{n+1} = a_n + 2n.$ Vypočítajte, akú hodnotu má člen $a_{100}$ .	
----------	---	--

<b>10</b>	Nájdite najmenšiu a najväčšiu hodnotu $p$ , pre ktorú má rovnica $4 \sin x = p$ aspoň jedno riešenie.	najmenšia = najväčšia =
-----------	---	----------------------------

<b>11</b>	Na obrázku sú znázornené uhly $x, a, b, c$ .	
		
Pre veľkosť uhla $x$ platí		
(A) $x = 180^\circ - a - b - c,$ (B) $x = 180^\circ + a - b - c,$ (C) $x = 180^\circ - a + b - c,$ (D) $x = 180^\circ - a - b + c.$		
		<i>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</i>

<b>12</b>	Doplníte chýbajúce časti v nasledujúcom tvrdení o nepárnej funkcii $f$ (chýbajúci text je označený <b>DOPLŇTE</b> ).  Ak nepárna funkcia $f$ rastie na intervale $\langle -3; -2 \rangle$ a klesá na intervale $\langle 0,1 \rangle$ , tak musí	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• rásť aj na intervale <b>DOPLŇTE</b></li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>• a klesať aj na intervale <b>DOPLŇTE</b>.</li> </ul>		

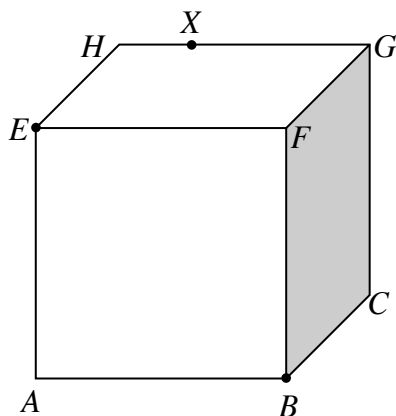
<b>13</b>	Ku kružnici $k$ so stredom $S$ a polomerom 5 sme viedli dotyčnicu bodom $A$ , ktorého vzdialenosť od $S$ je 13. Vypočítajte vzdialenosť $A$ od bodu $B$ , v ktorom sa táto dotyčnica dotýka kružnice $k$ .	
-----------	--	--

<b>14</b>	<p>Voda pri zamrznutí na ľad zväčší svoj objem o <math>\frac{1}{11}</math>. O akú časť zmenší svoj objem ľad pri rozmrznutí na vodu?</p> <p>(A) o <math>\frac{1}{12}</math>,</p> <p>(B) o <math>\frac{1}{11}</math>,</p> <p>(C) o <math>\frac{1}{10}</math>,</p> <p>(D) o <math>\frac{1}{9}</math>.</p>	<p><i>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</i></p>
-----------	---	--

<b>15</b>	<p>Nájdite číslo <math>a</math> tak, aby platilo <math>\log_a 2 + \log_a 4 = \frac{1}{2}</math>.</p>	<p><math>a =</math></p>
-----------	--	-------------------------

<b>16</b>	<p>Prirodzené číslo nazveme <i>mimózne</i>, ak jeho ciferný súčet je prvočíslo (pripomeňme, že čísla 0 a 1 nie sú prvočísla).</p> <p>Nájdite najmenšie <i>trojciferné</i> mimózne číslo.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div> <p>Nájdite najväčšie <i>štvorciferné</i> mimózne číslo.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 30px; width: 100%; margin-top: 10px;"></div>
-----------	--

<b>17</b>	<p>V kocke <math>ABCDEFGH</math> leží bod <math>X</math> vnútri hrany <math>HG</math>. Pre ktoré z hrán <math>DH, DA, DC, CG, CB</math> platí:</p> <p>„priesečník danej hrany s rovinou <math>EBX</math> leží vnútri danej hrany“?</p>	<div style="border: 1px solid black; height: 150px; width: 100%;"></div>
-----------	--	--



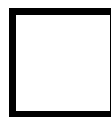
**18** Je známe, že platí toto tvrdenie:  
*Počet kladných koreňov polynómu nie je väčší ako počet zmien znamienok jeho koeficientov.*

(Za zmenu znamienka polynómu  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  pokladáme prípad, keď koeficient u nasledujúcej mocniny má opačné znamienko, pričom nulové koeficienty nezapočítavame; napr. polynóm  $3x^5 - 4x^2 - 4x + 5$  má dve zmeny znamienok.)

Iba na základe tohto tvrdenia odhadnite počet kladných koreňov polynómu  $x^7 + 5x^5 - x^4 - 2x^2 + x - 12$ .

V odpovedi doplňte znak nerovnosti  $\geq$  alebo  $\leq$  a prirodzené číslo.

Počet kladných koreňov je

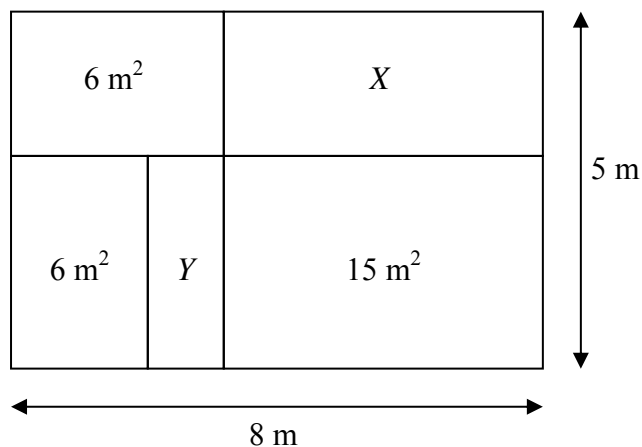


znak  
nerovnosti



prirodzené  
číslo

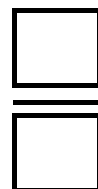
**19** Jedným z riešení nasledujúcej „obrázkovej úlohy“ je dvojica  $X = 10$ ,  $Y = 3$ . Nájdite ďalšie riešenie.



$X =$

$Y =$

**20** Náhodne zvolíme dve čísla  $a, b \in (0; 2)$ . Aká je pravdepodobnosť, že existuje trojuholník s dĺžkami strán  $a, b, 1$ ?  
 Výsledok zapíšte ako zlomok v základnom tvare ležiaci v intervale  $(0; 1)$ .



**KONIEC TESTU**