

# MATEMATIKA - 2017

sem vlepíť  
čiarový kód uchádzača

Test obsahuje **30 úloh**. Na jeho vypracovanie máte **90 minút**. Každá úloha spolu so zadáním obsahuje aj miesto na zapísanie odpovede – je označené hrubším rámkom.

Povolené pomôcky: modré alebo čierne pero. Pomocné výpočty môžete robiť na voľné miesto v tomto teste alebo na papier, ktorý dostanete. **Nemôžete používať** žiadne iné pomôcky (napr. kalkulačku, mobil, vlastný papier a pod.).

Za správnu odpoveď na jednu úlohu získate 1 **hodnotenie** ✓ (ak úloha obsahuje viacero otázok alebo odpoveď má viacero častí, tak hodnotenie ✓ získate iba vtedy, keď správne zodpoviete všetky tieto otázky, resp. časti), inak je úloha hodnotená –. Celkový počet získaných hodnotení ✓ sa prepočíta na body (1 hodnotenie ✓ = 2/3 bodu).

**Odpovede** píšete na vyznačené miesto perom. Ak nie je v zadaní úlohy uvedené inak, zapisujte číselné odpovede ako desatinné čísla (teda napr. 2031 alebo – 315,7).

Ak sa pri zapisovaní odpovede **pomýlite**, zreteľne prečiarknite chybnú odpoveď a novú odpoveď vpíšete čitateľne opäť na vyznačené miesto. Pri hodnotení sa bude prihliadať iba na **odpovede**, ktoré sú **jednoznačne čitateľné a napísané na mieste určenom na zapísanie odpovede k prislúchajúcej úlohe**.

Rekapitulácia hodnotenia:

	počet hodnotení ✓		počet hodnotení ✓
strana 2 (úlohy 1 – 8)		strana 6 (úlohy 23 – 26)	
strana 3 (úlohy 9 – 13)		strana 7 (úlohy 27 – 28)	
strana 4 (úlohy 14 – 18)		strana 8 (úlohy 29 – 30)	
strana 5 (úlohy 19 – 22)			
		celkový počet hodnotení ✓	
		celkový počet bodov	

Dátum: 6. 6. 2017.

Test vyhodnotil/a (podpis) \_\_\_\_\_

1	Číslo $(\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{5})^{16}$ možno zapísať v tvare $5^a$ . Nájdite hodnotu $a$ .	
2	Vypočítajte $\frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{12}}{\frac{10}{11}}.$ Výsledok zapíšte ako zlomok v základnom tvare.	<input type="text"/> <hr/> <input type="text"/>
3	Nájdite číslo $a$ , pre ktoré platí $\log \frac{7}{4} - \log \frac{4}{3} + 2 \cdot \log 4 = \log a.$ <i>Poznámka: Symbol log označuje logaritmus pri základe 10.</i>	<input type="text"/>
4	Doplníte chýbajúci zápis výroku v nasledujúcom texte (chýbajúci text je označený <b>DOPLŇTE</b> ). V zápise výroku nepoužívajte zátvorky ani znak implikácie. <i>Text:</i> Ak chceme dokázať výrok $p \Rightarrow (r \vee s)$ sporom, musíme dokázať, že výrok <b>DOPLŇTE</b> je nepravdivý.	<input type="text"/>
5	Koľko rôznych 6-písmenkových skratiek možno vytvoriť rôznym usporiadaním poradia písmen v skratke FMFIUK?	<input type="text"/>
6	V číselnej sústave so základom 4 zapíšte výsledok sčítania $2301_4 + 1013_4$	<input type="text"/>
7	Určte kvocient geometrickej postupnosti, ktorej tri po sebe idúce členy sú $\frac{a}{b^2}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}.$ Výsledok zapíšte v tvare zlomku.	<input type="text"/> <hr/> <input type="text"/>
8	Určte počet prvkov zjednotenia množín $C = \{7n; n = 1, 2, \dots, 288\}$ a $D = \{9n; n = 1, 2, \dots, 224\}$ . <i>Poznámka: <math>288 \cdot 7 = 224 \cdot 9 = 32 \cdot 63 = 2016</math>.</i>	<input type="text"/>

**9** Vypočítajte plochu trojuholníka označenú otáznikom.

**10** Ak  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2 = 2\,870$ ,  
čomu sa rovná  $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 40^2$  ?

**11** Z rovnako veľkých kociek s hranou dĺžky 3 sme zlepili teleso (kocky sme zlepovali celými stenami). Toto teleso má rovnaký nárys, bokorys i pôdorys, je ním útvar zobrazený na obrázku. Vypočítajte objem tohto telesa.

**12** Určte všeobecnú rovnicu priamky  $p$ , ktorá prechádza bodom  $A[4,2]$  a je rovnobežná s priamkou  $q: \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 - 5t, \quad t \in \mathbb{R}. \end{cases}$

$p:$

**13** Pre ktorú z nasledujúcich nerovnic je množinou všetkých jej riešení interval  $(-3,2)$  ?

(A)  $(x + 2)(x - 3) > 0$                       (B)  $(x + 2)(x - 3) < 0$   
 (C)  $(x - 2)(x + 3) > 0$                       (D)  $(x - 2)(x + 3) < 0$

Sem napíšte písmeno správnej odpovede:

<b>14</b>	<p>Rovnosť</p> $\frac{4-x}{6-3} = \frac{4}{6} - \frac{x}{3}$ <p>(A) platí pre všetky <math>x \in \mathbb{R}</math>.          (B) neplatí pre žiadne <math>x \in \mathbb{R}</math>.          (C) platí iba pre <math>x = \dots\dots\dots</math></p>	<p>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</p> <p>Ak ste sa rozhodli pre odpoveď (C), sem napíšte hodnotu</p> $x =$
-----------	--	--

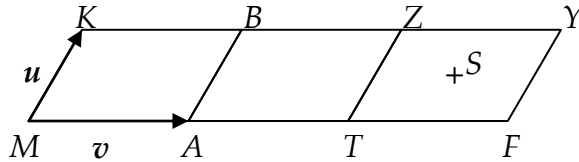
<b>15</b>	<p>V nasledujúcom texte vyberte jednu z dvoch možností v rámku a doplňte chýbajúce číslo na miesto označenom <b>DOPLŇTE</b> ):</p> <p>Priamka, ktorá je grafom lineárnej funkcie <math>f</math>, má smernicu <math>-3</math>.          Z toho vyplýva: ak sa hodnota nezávislej premennej zväčší o 2, tak hodnota závislej premennej sa <b>zväčší</b> / <b>zmenší</b> o <b>DOPLŇTE</b>.</p>	<p>vybrali ste možnosť:</p> <p>na mieste <b>DOPLŇTE</b> má byť číslo</p>
-----------	---	--

<b>16</b>	<p>Obor hodnôt funkcie <math>f: y = a \cdot \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 6, a &gt; 0</math> je</p> <p>(A) <math>\langle -6a; 6a \rangle</math>                      (B) <math>\langle -a; a \rangle</math>          (C) <math>\langle -6 - a; 6 + a \rangle</math>              (D) <math>\langle 6 - a; 6 + a \rangle</math>          (E) <math>\langle -6 - a; -6 + a \rangle</math></p>	<p>Sem napíšte písmeno správnej odpovede:</p>
-----------	--	---

<b>17</b>	<p>V štatistickom súbore</p> $3, 7, x, 7, 8, 7$ <p>určte číslo <math>x</math> tak, aby v tomto súbore bol modus o jednotku väčší než aritmetický priemer.</p>	
-----------	---	--

<b>18</b>	<p>Šnúra na bielizeň je natiahnutá medzi dvoma stĺpikmi so vzdialenosťou 6 m vo výške 4 m. Za tie roky je už dosť vyfahaná. Ak ju v strede stlačíme na dlážku, presne sa napne. Rozhodli sme sa ju znovu napnúť, a to tak, že jeden stĺpik posunieme ďalej od druhého. O koľko metrov?</p>	
-----------	--	--

- 19** Rovnobežník  $MFYK$  sa skladá z 3 zhodných rovnobežníkov, pričom  $\vec{MA} = \vec{v}$ ,  $\vec{MK} = \vec{u}$ . Pomocou vektorov  $\vec{u}$  a  $\vec{v}$  a bodu  $M$  vyjadrite stred  $S$  rovnobežníka  $TFYZ$ .



- 20** Číslo 2806 je rôznopárnociferné, lebo každá jeho cifra je párna a jeho cifry sú navzájom rôzne. Nájdite najbližšie väčšie rôznopárnociferné číslo k číslu 864.

- 21** V nasledujúcej vete vyberte správnu z dvoch možností *najväčšia/najmenšia* a doplňte chýbajúce čísla v rámkoch:

Ak funkcia  $y = f(x)$  nadobúda najmenšiu hodnotu 5 v bode  $x = 9$ , tak

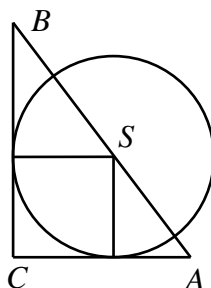
najväčšia hodnota funkcie  
 najmenšia

$g: y = 2f(1 - 4x)$  je číslo  a funkcia  $g$  ho nadobúda v bode  $x =$  .

vybraná možnosť:

.....  
 číslo .....  
 v bode  $x =$

- 22** Stred  $S$  kružnice s polomerom 3 leží na prepone  $AB$  pravouhlého trojuholníka  $ABC$ . Odvesny sa dotýkajú kružnice. Určte obsah trojuholníka  $ABC$ , ak viete, že  $|SB| = 5$ . Výsledok zapíšte zlomkom v základnom tvare.

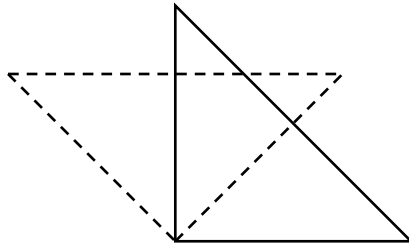


---

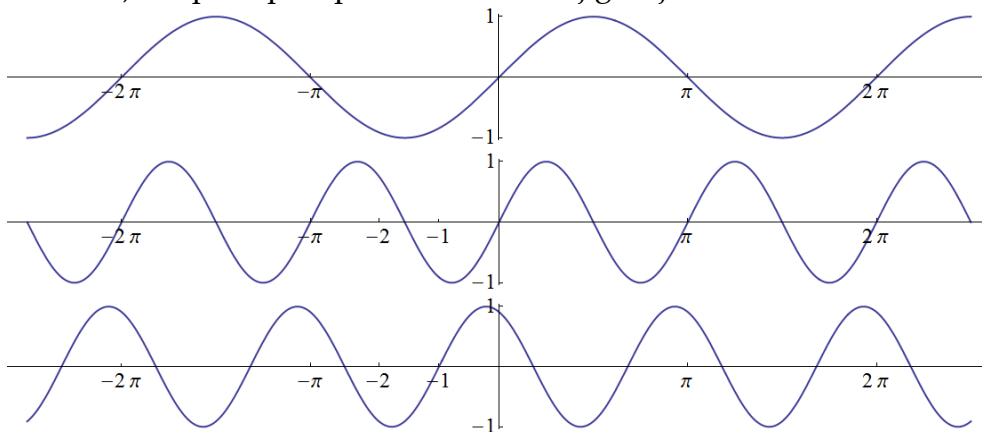
**23** Pravdepodobnosť výskytu choroby A na ostrove Utópia je 40 %. Pravdepodobnosť jej výskytu medzi mužmi tohto ostrova, ktorí tvoria 60 % všetkej populácie (zvyšok tvoria ženy), je 50 %. Aká je pravdepodobnosť výskytu choroby A medzi ženami na ostrove Utópia? Výsledok uveďte v percentách.

%

**24** Rovnoramenný pravouhlý trojuholník s odvesnami dĺžky 1 sme otočili okolo vrcholu, pri ktorom je pravý uhol, o  $45^\circ$ . Vypočítajte obsah štvoruholníka, ktorý je prienikom obidvoch trojuholníkov. Výsledok zapíšte v tvare  $a\sqrt{2} + b$ .



**25** Graf funkcie  $y = \sin x$  (prvý obrázok) sme dvojnásobne zhustili v smere osi  $Ox$  (druhý obrázok) a potom posunuli o 1 doľava (tretí obrázok). Napíšte predpis funkcie, ktorej graf je na treťom obrázku.



$y =$

**26** Na približný odhad počtu rokov, za ktoré sa pri zloženom úrokovaní s ročnou úrokovou mierou  $p$  % vklad zdvojnásobí, sa používa *pravidlo 72*:

$$\frac{72}{p} \approx \text{počet rokov, za ktoré sa vklad zdvojnásobí.}$$

Odhadnite pomocou tohto pravidla, za koľko rokov vzrastie vklad pri zloženom úrokovaní a ročnej úrokovej miere 6 % na svoj osemnásobok.

27 Chceme riešiť nerovnicu  $\sqrt{x^2 + 1} > x - 1$ . Doplňte chýbajúce časti v texte riešenia (chýbajúci text je označený **DOPLŇTE**).

Ak  $x - 1 > 0$  (teda  $x > 1$ ), tak sú na oboch stranách nerovnice kladné čísla, preto umocnenie na druhú je ekvivalentná úprava. Dostaneme  $x^2 + 1 > x^2 - 2x + 1$ , teda  $x > 0$ . V tomto prípade nerovnosť platí pre všetky  $x \in (1; \infty)$ .

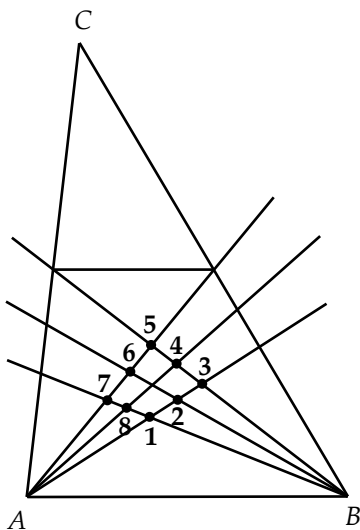
Ak  $x - 1 \leq 0$  (teda  $x \leq 1$ ), tak na ľavej strane nerovnice je kladné číslo, na pravej strane nekladné číslo. V tomto prípade teda nerovnosť platí pre **DOPLŇTE**

Preto množina všetkých riešení nerovnice  $\sqrt{x^2 + 1} > x - 1$  je  $M =$  **DOPLŇTE**

28 V Lemoinovom bode trojuholníka  $ABC$  sa pretínajú priamky  $AX$ ,  $BY$  a  $CZ$ , kde  $AX$  je súmerná podľa osi uhla  $BAC$  s ťažnicou na stranu  $BC$ , obdobne sú definované priamky  $BY$  a  $CZ$ .

Na obrázku trojuholníka  $ABC$  je vyznačená stredná priečka a priamky súvisiace s definíciou Lemoinovho bodu.

Ktorý z bodov označených na obrázku číslami 1 až 8 je Lemoinov bod trojuholníka  $ABC$ ?



<b>29</b>	<p>Rotačný kužeľ, ktorého bočná hrana je dvakrát dlhšia ako polomer podstavy, rozdelíme na dve telesá rovinou, ktorá je rovnobežná s jeho podstavou a prechádza stredom výšky. Tieto dve telesá sú menší kužeľ <math>K</math> a zrezaný kužeľ <math>Z</math>. Povrch menšieho kužeľa <math>K</math> (plášť + podstava) je 3. Vypočítajte povrch zrezaného kužeľa <math>Z</math> (plášť a obidve podstavy).</p> <p><i>Poznámka: Obsah plášťa kužeľa sa vypočíta podľa vzorca <math>S_{pl} = \pi rs</math>, kde <math>r</math> je polomer podstavy, <math>s</math> je dĺžka bočnej hrany kužeľa.</i></p>	
-----------	--	--

<b>30</b>	<p>Uvažujme o sedemciferných číslach s nasledujúcimi vlastnosťami:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• každé číslo je tvorené ciframi 1, 3, 5, 9, 4, 6, 8, každá cifra je v čísle použitá práve raz,</li> <li>• číslo končí cifrou 4,</li> <li>• posledné tri cifry (na mieste stoviek, desiatok a jednotiek) sú párne.</li> </ul> <p>Akým najväčším prirodzeným číslom sú deliteľné všetky tieto sedemciferné čísla?</p>	
-----------	--	--

**KONIEC TESTU**