

Verzia D
Riešenia a bodyanie

Príklad 1.

Funkcia $y_1 = x$ je na intervale $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}\right)$ rastúca

Funkcia $y_2 = -\cos x$ je na danom intervale rastúca, **1 bod**

Takže aj funkcia $f(x) = x - \cos x$ je na danom intervale rastúca

A súčasne $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} = -0,3424\dots$ a $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,078\dots$

Z čoho vyplýva, že na danom intervale existuje práve jedno riešenie.

..... **2 body**

Príklad 2.

$f(-x) = \sqrt{x^2 + 1} = f(x) \Rightarrow f$ je párna

..... **2 body**

Príklad 3.

Platí: $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2bc + 2ac + 2ab$

takže ľavá strana danej nerovnosti je ekvivalentná s

$$2bc + 2ac + 2ab = 0$$

toto je ekvivalentné s rovnosťou

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

Platnosť ekvivalencie je možné dokázať aj obrátene.

..... **2 body**

Príklad 4.

$|BD| = x \cdot \sqrt{5}$ (podľa Pythagorovej vety)

$$\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{x}{x \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos \frac{\varphi}{2} = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{5}$$

..... **1 bod**

$$\sin \varphi = \sin 2 \cdot \frac{\varphi}{2} = 2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos \frac{\varphi}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{5} = \frac{4}{5}$$

..... **2 body**

Príklad 5.

$\overrightarrow{AB}(4; -2; -2)$

takže

$$\begin{aligned}\vec{AB}: \quad x &= 4t - 2 \\ y &= -2t + 3 \\ z &= -2t + 5\end{aligned}$$

..... 2 body

Príklad 6.

Rovnica roviny (x, y) je: $z = 0$

Napíšeme rovnicu roviny \vec{ABC} :

$$\vec{AB}(3;0;-3), \quad \vec{AC}(5;-2;2)$$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} = (-6; -21; -6)$$

..... 1 bod

$$\vec{ABC}: \quad 6x + 21y + 6z = 0$$

po dosadení súradní bodu A dostaneme $d = -33$

a po úprave:

$$\vec{ABC}: \quad 2x + 7y + 2z - 11 = 0$$

..... 1 bod

Vypočítame súradnice dvoch body prieniku,

napríklad bodu R, takého, že $z_R = 0$ (každý bod roviny (x, y) má $z_R = 0$)

$$\text{a } y_R = 0, \text{ potom } x_R = \frac{11}{2}, \text{ teda } R\left(\frac{11}{2}; 0; 0\right)$$

$$\text{podobne } Q\left(0; \frac{11}{7}; 0\right)$$

$$\text{potom } \vec{RQ}\left(-\frac{11}{2}; \frac{11}{2}; 0\right)$$

a teda

$$\vec{ABC} \cap (x, y): \quad x = -\frac{11}{2}t + \frac{11}{2}$$

$$y = \frac{11}{7}t$$

$$z = 0$$

..... 1 bod

Príklad 7.

Jedná sa o variácie $V_{15}(5) = 360 \cdot 360$

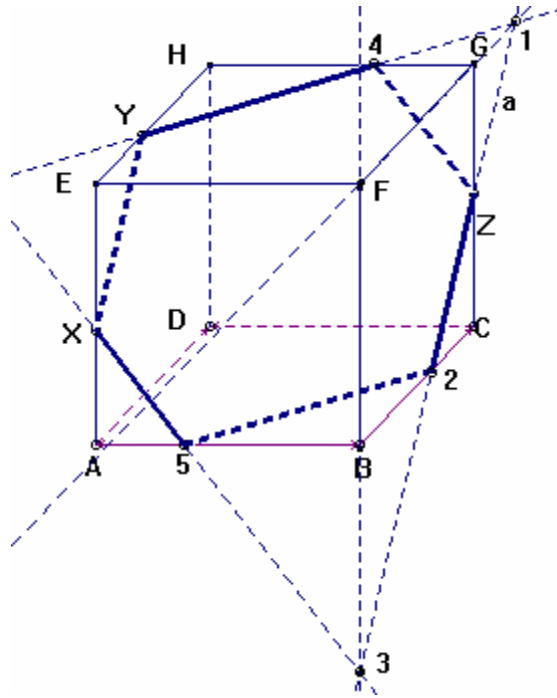
..... 2 body

Príklad 8.

Postup:

1. $a; a // \overrightarrow{XY} \wedge Z \in a$
1. $a \cap \overrightarrow{FG} = 1$
2. $a \cap \overrightarrow{BC} = 2$
3. $a \cap \overrightarrow{BF} = 3$
4. $\overrightarrow{1Y} \cap \overrightarrow{GH} = 4$
5. $\overrightarrow{3X} \cap \overrightarrow{AB} = 5$

Rez: XY4Z25X



..... 3 body