

Verzia C

Riešenia a bodovanie

Príklad 1.

Funkcia $y_1 = x$ ako i funkcia $y_2 = \sqrt{x+1}$ je na definičnom obore rastúca

Teda aj funkcia $f(x) = x + \sqrt{x+1}$ je na definičnom obore rastúca 1 bod

A súčasne $f(x) = 0$ pre $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

Takže $\mathfrak{R} = \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}; +\infty \right)$ 2 body

Príklad 2.

$f(-x) = -4x^5 + 2x = -(4x^5 - 2x) = -f(x) \Rightarrow f$ je nepárna 2 body

Príklad 3.

$$\frac{a}{b+1} - \frac{a}{b} = \frac{ab - ab - a}{(b+1)b} = -\frac{a}{(b+1)b} \leq 0$$

z čoho vyplýva platnosť prvej časti nerovnosti (rozdiel je záporný)

$$\frac{a+1}{b+1} - \frac{a}{b} = \frac{b-a}{b(b+1)} \geq 0$$

z čoho platnosť druhej časti nerovnosti. 2 body

Príklad 4.

$$\begin{aligned} & (3 - 2 \sin^2 x - \cos^2 x) \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x - \sin^2 x = \\ & = (1 + \cos^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin^2 x) \cdot \sin^4 x + \\ & \quad + (1 + \cos^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 x - 2 \cos^2 x) \cdot \cos^4 x = \quad \dots 1 \text{ bod} \\ & = (1 + 2 \cos^2 x) \cdot \sin^4 x + (1 + 2 \sin^2 x) \cos^4 x = \\ & = \cos^2 x + 2 \cos^2 x \cdot \sin^2 x \cdot \sin^2 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos^2 x = \\ & = \sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x) = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = 1 \end{aligned}$$

..... 2 body

Príklad 5.

Keďže vektory \vec{u} a \vec{v} nie sú kolineárne, a teda priamky a a b nie sú rovnobežné,

existuje práve jedna rovina α určená bodom A 1 bod

so smerovými vektormi \vec{u} a \vec{v} , jej parametrické rovnice sú:

$$x = -3t - r \quad (1)$$

$$y = t - r + 1 \quad (2)$$

$$z = 4t + r + 4 \quad (3)$$

..... 1 bod

Riešením sústavy (1) a (2) pre súradnice bodu $A(-1;3;5)$ dostaneme

$$t = \frac{3}{4}; \quad r = -\frac{5}{4},$$

čo po dosadení do rovnice (3) nedá rovnosť $\Rightarrow a$ a b sú mimobežné a teda nemajú spoločný bod

$$\begin{cases} -1 = -3t - r & (1) \\ 3 = t - r + 1 & (2) \\ 5 = 4t + r + 4 & (3) \end{cases}$$

..... 1 bod

Príklad 6.

$S_{BC}(3;0;2)$, potom $\overrightarrow{AS_{BC}}(4;-1;-1)$
a parametrické vyjadrenie ťažnice je

$$x = 4t - 1$$

$$y = -t + 1$$

$$z = -t + 3$$

..... 2 body

Príklad 7.

$$\frac{n!}{5! \cdot (n-5)!} = 17 \cdot \frac{n!}{4! \cdot (n-4)!}$$

$$\frac{1}{5} = 17 \cdot \frac{1}{n-4}$$

$$n = 89$$

..... 2 body

Príklad 8.

Postup:

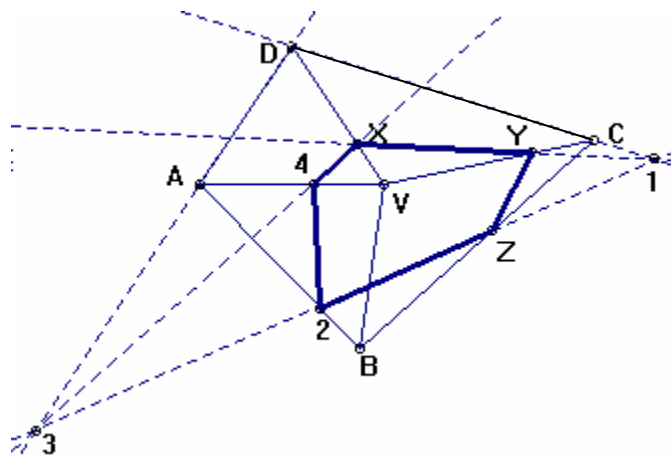
$$1. \overrightarrow{XY} \cap \overrightarrow{CD} = 1$$

$$2. \overrightarrow{IZ} \cap \overrightarrow{AB} = 2$$

$$3. \overrightarrow{I2} \cap \overrightarrow{AD} = 3$$

$$4. \overrightarrow{3X} \cap \overrightarrow{VA} = 4$$

Rez: XYZ24X



..... 3 body