

Verzia A

Riešenia a bodovanie

Riešenie 1:

$$\left. \begin{aligned} f(-x) &= 4x^2 + 3x + 1 \neq f(x) \\ & \\ & \neq -f(x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{nie je ani párna ani nepárna}$$

..... 2 body

Riešenie 2:

Rovnica $\sqrt{x} = \cos x$ je ekvivalentná s rovnicou $\sqrt{x} - \cos x = 0$.

Označme $f : f(x) = \sqrt{x} - \cos x$

Funkcia $x \mapsto \cos x$ je na $\langle 0; \pi \rangle$ klesajúca

$\Rightarrow x \mapsto -\cos x$ je na tomto intervale rastúca

a keďže funkcia $x \mapsto \sqrt{x}$ je na $\langle 0; \pi \rangle$ rastúca

potom funkcia $f : f(x) = \sqrt{x} - \cos x$ je na $\langle 0; \pi \rangle$ rastúca

platí: $f(0) = -1$ a $f(\pi) = \sqrt{\pi}$

z čoho už vyplýva, že existuje práve jedno riešenie

..... 1 bod

..... 2 body

Riešenie 3:

Podľa zadania $0 < x \leq 2$ a súčasne $0 < y \leq 2$

potom $\frac{1}{x} \geq \frac{1}{2}$ a súčasne $\frac{1}{y} \geq \frac{1}{2}$

sčítaním posledných dvoch nerovnic:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 1$$

..... 2 body

Riešenie 4.

Použijeme vzťahy $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
 $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

Potom upravujeme:

$$\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x}{\sin x} - \frac{\cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x}{\cos x} =$$

..... 1 bod

$$= \frac{2 \sin x \cos x \cos x + (\cos^2 x - \sin^2 x) \sin x}{\sin x} - \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x) \cos x - 2 \sin x \cos x \sin x}{\cos x} =$$

$$= 2 \cos^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x + \sin^2 x + 2 \sin^2 x = 2(\cos^2 x + \sin^2 x) = 2$$

..... 2 body

Riešenie 5.

Smerový vektor priamky a je $\vec{v}(2;-4;3)$,

..... 1 bod

Smerový vektor priamky b je $\vec{u}(-\frac{1}{3};\frac{2}{3};-\frac{1}{2})$,

Je zrejmé, že $\vec{v} = -6\vec{u}$, teda určite je $a \parallel b$,

..... 1 bod

Ešte je možné, že a a b sú totožné,

k čomu stačí zistiť napríklad či $A(-1;1;2)$, ktorý je z a patrí aj b ,

alebo $B(-2;3;\frac{1}{2})$ patrí aj priamke a

$$\left. \begin{array}{l} -2 = 2t - 1 \quad \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \\ 3 = -4t + 1 \quad \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} = 3t + 2 \quad \Rightarrow t = -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow a \equiv b$$

..... 1 bod

Riešenie 6.

Jedná sa o variácie $V_{12}(6) = 665\ 280$

..... 2 body

Riešenie 7:

$S_{BC}(3;0;2)$, potom $\overrightarrow{AS_{BC}}(4;-1;-1)$
a parametrické vyjadrenie ťažnice je

$$x = 4t - 1$$

$$y = -t + 1$$

$$z = -t + 3$$

..... 2 body

Riešenie 8:

Postup:

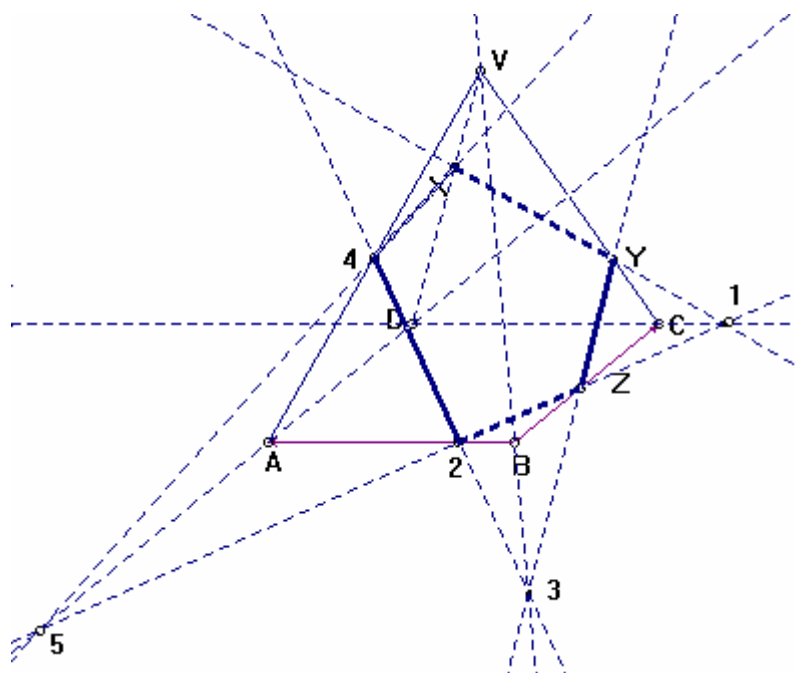
1. $\overrightarrow{XY} \cap \overrightarrow{CD} = 1$

2. $\overrightarrow{1Z} \cap \overrightarrow{AB} = 2$

3. $\overrightarrow{12} \cap \overrightarrow{AD} = 5$

4. $\overrightarrow{5X} \cap \overrightarrow{VA} = 4$

Rez: XYZ24X



..... 3 body