



Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského v Bratislave



Mgr. Jana Szolgayová

Autoreferát dizertačnej práce

CVAR PORTFOLIO MODELS FOR ELECTRICITY GENERATING CAPACITIES

na získanie vedecko-akademickej hodnosti philosophiæ doctor
v odbore doktorandského štúdia: 9.1.9. aplikovaná matematika

Bratislava 2010

Dizertačná práca bola vypracovaná v internej forme doktorandského štúdia na Katedre aplikovanej matematiky a štatistiky Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

Predkladateľ: Mgr. Jana Szolgayová
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského
Mlynská dolina
842 48 Bratislava

Školiteľ: prof. RNDr. Pavol Brunovský, DrSc.
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky FMFI UK
Bratislava

Oponenti:

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa oh.
pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia vymenovanou predsedom odborovej komisie dňa

v študijnom odbore 9.1.9. aplikovaná matematika

na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislave, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava.

Predseda odborovej komisie:
Prof. RNDr. Pavol Brunovský, DrSc.
Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského
Mlynská dolina
842 48 Bratislava

1 Úvod

V tejto práci sa zaoberáme primárne formuláciou matematických modelov voľby portfólia zloženého z reálnych aktív, s využitím pomerne nového konceptu podmienenej hodnoty rizika (CVaR). Tento koncept je v tejto práci aplikovaný na voľbu optimálnej skladby investícií v energetickom sektore pod vplyvom nejistej ceny emisií.

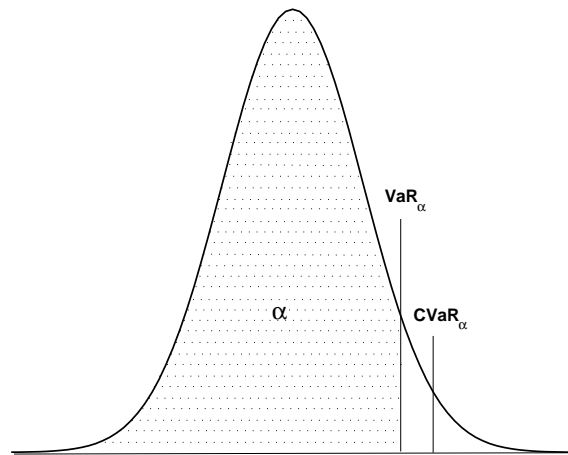
Investície v oblasti energetiky sú spojené so značnou mierou neistoty, prameniaca z viacerých zdrojov. Do istej miery je táto neistota spôsobená liberalizáciou v energetickom sektore [3, 19], ktorej efektom je neistota v trhových cenách, či už vstupov alebo výstupov. Keďže vyše 40% celkových emisií CO₂ je spôsobených výrobou elektriny [10], dôležitú úlohu v tomto sektore hrá aj neistota ohľadne budúcej ceny emisií. Značná časť kapacít v krajinách OECD je relatívne zastaralá a očakáva sa jej nahradenie v priebehu najbližších rokov [9]. Investície do nových kapacít su však charakterizované vysokými stratenými nákladmi a dlhou životnosťou, meranou v desiatkach rokov [8], a teda ich efekt bude dlhodobý.

Kým neistota ohľadne cien vstupov a výstupov je spôsobená trhom, kde zároveň trh poskytuje aj viaceré nástroje ako sa voči prítomným rizikám zabezpečiť [7], neistota ohľadne ceny emisií je ťažko kvantifikovateľná. Najnovšie výsledky predpovedajú kvalitatívne rôzne scenáre vývoja ceny emisií v závislosti od rôznych predpokladov. [15, 11]. Tieto predpoklady sa dajú rozdeliť do dvoch kategórií. Jedna sa týka vývoja širokého spektra ukazovateľov, či už demografických, sociálnych alebo hospodárskych. Druhá sa týka vplyvu emisií na zmenu klímy. Výsledné ceny emisií sú diametrálne rozličné v závislosti od uvažovaných predpokladov. Mnohé investície sa však uskutočnia skôr ako zistíme, ktoré predpoklady sú tie správne. Tieto investície by preto mali zohľadňovať túto neistotu a ich skladba by mala zaručiť ziskovosť investície v každom zo scenárov.

Teória portfólia skúma, aké kombinácie aktív je vhodné držať spoločne, aby takto vytvorené portfólio malo isté, vopred dané vlastnosti. Problém voľby portfólia bol prvýkrát formulovaný pre oblasť finančných aktív už v päťdesiatych rokoch Markowitzom [12], nositeľom Nobelovej ceny práve za tento prínos. Jeho výsledky boli rozšírené množstvom prác v tejto oblasti (napr. [13, 14, 5]). Ekonómovia si rýchlo uvedomili, že uvedené výsledky možno aplikovať aj pre prípad reálnych aktív, prvá aplikácia z oblasti energetiky pochádza zo sedemdesiatych rokov [2]. Napriek tomu sa výraznejšie

využitie teórie portfólia v energetike objavilo až nedávno (napr. [1, 18]). Vo všeobecnosti však publikované aplikácie využívajú základný model navrhnutý Markowitzom, založený na minimalizácii rizika portfólia meraného varianciou pri danom ohraničení na najnižší očakávaný výnos. Táto teória je však založená na viacerých predpokladoch, ktoré mnohokrát v oblasti energetiky nie sú splnené. Azda najzákladnejším predpokladom je normálne rozdelenie výnosov podkladových aktív. Tento predpoklad býva však často porušený v prípade investícií do reálnych aktív [4], čo spôsobuje, že uvedený základný model nie je vhodný na riešenie takejto úlohy.

Preto v práci pracujeme s modelmi portfólia založenými na minimalizácii podmienenej hodnoty rizika (CVaR). Koncept podmienenej hodnoty rizika a jeho aplikáciu pre problém voľby portfólia bol predstavený v [17, 16]. Tento pojem bol definovaný pre rozdelenie možných strát spojených s investíciou. α -CVaR predstavuje alternatívnu mieru rizika oproti variancii. Zjednodušene ho možno definovať ako strednú hodnotu strát vyšších ako α -VaR, kde α -VaR je α -percentil rozdelenia strát spojených s investíciou. Koeficient α je hladina významnosti, v aplikáciach volená väčšinou na úrovni 90-99 %.



Obrázok 1: *CVaR a VaR pre prípad normálne rozdelených strát*

Výhoda aplikácie minimalizácie CVaR na problém voľby portfólia tkvie v nasledovnom: Problém voľby portfólia minimalizujúceho CVaR vedie na úlohu konvexnej optimalizácie, v prípade diskretného rozdelenia výnosov jednotlivých aktív dokonca na úlohu lineárneho programovania, kde úlohy tohto

typu vieme veľmi dobre algoritmicky riešiť.

2 Ciele

Cieľom dizertačnej práce bolo vybudovať model optimálnej skladby portfólia reálnych aktív a jeho aplikácia na investície v oblasti energetiky pod vplyvom neistých cien jednotlivých vstupov. Model by mal byť schopný zohľadniť špecifiká tejto oblasti prestavené v úvode. Uvedený problém sme rozdelili na nasledovné podúlohy:

- Formulácia a riešenie problému optimálneho využitia jednotlivých reálnych aktív pod vplyvom neistých cien vstupov,
- Formulácia a riešenie základného problému optimálnej skladby investícií za predpokladu, že sú podkladové aktíva využívané optimálne,
- Rozšírenie základného modelu na problém zohľadňujúci
 - potrebu voľby robustného portfólia
 - časovú štruktúru príjmov počas životnosti reálnych aktív
 - prípadné plánované zmeny portfólia v budúcnosti
- Aplikácia formulovaných modelov na reálne dáta, porovnanie a analýza výsledkov

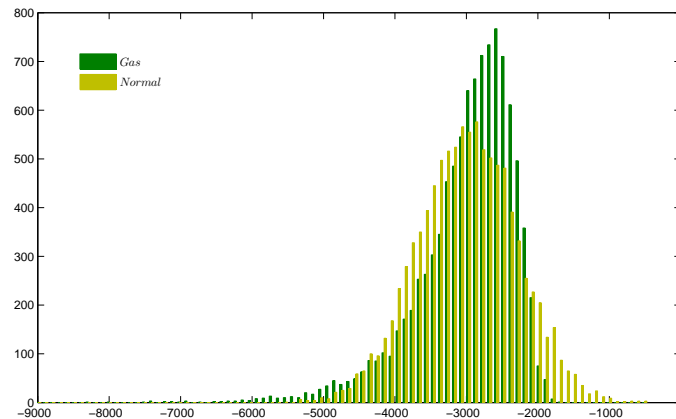
Nami navrhnutým riešením je integrovaný model zložený z dvoch samostatných úrovní, kde výstup modelu prvej úrovne je použitý ako vstup do modelu druhej úrovne. Prvá úroveň predstavuje úlohu optimalizáciu využitia jednotlivých reálnych aktív pod vplyvom neistých cien vstupov, ktorú vieme formulovať ako model reálnych opcí. Jej výstupom je pre každé aktívum rozdelenie zisku daného aktíva za predpokladu, že je využívané optimálne.

Na druhej úrovni sa rieši optimalizačný problém voľby portfólia, kde vstupmi sú zisky jednotlivých aktív, t.j. vstup je tvorený výstupom z prvej optimalizačnej úrovne pre jednotlivé aktíva. V tejto práci sú navrhnuté tri rozdielne modely voľby portfólia zohľadňujúce uvedené špecifiká. Uvedené modely sú založené na minimalizácii podmiennej hodnoty rizika spojeného s investíciou.

3 Dosiiahnuté výsledky

3.1 Model reálnych opcí

Úloha optimálneho využitia reálneho aktíva je v práci formulovaná pre prípad optimálnej prevádzky elektrárne daného typu pod vplyvom nejstej ceny palív a emisií CO₂, ktoré sú modelované geometrickým Brownovým pohybom. Úloha vedie na problém stochastického optimálneho riadenia v diskrétnom čase, ktorý je riešený numericky pomocou Bellmanovej rovnice dynamického programovania. Riešením je optimálne riadenie v tvare spätnej väzby v zmysle [6]. Pomocou Monte Carlo simulácií budúcich cien palív a emisií vieme na základe uvedenej spätnej väzby vypočítať zisk dosiahnutý v danej simulácii. Primárnym výstupom je potom vektor týchto ziskov, reprezentujúci rozdelenie zisku spojeného s investíciou do elektrárne daného typu, za predpokladu, ak je prevádzka optimálna. Presná formulácia a postup riešenia je prezentovaný v kapitole 4 dizertačnej práce. Analýza jednotlivých rozdelení potvrdzuje domnienky formulované v úvode - výsledne rozdelenia sa výrazne líšia od normálneho, čo len zdôrazňuje potrebu analyzovať v energetike skladbu portfólií využitím inej miery rizika ako variancie. Aplikácie modelu reálnych opcí navrhnutého v práci a jeho rozšírení boli publikované v prácach [s1][s2][s3][s4].



Obrázok 2: Príklad rozdelenia získaného ako výstup modelu reálnych opcí. Histogram rozdelenia pre paroplynovú elektráreň v porovnaní s rozdelením získaným náhodným výberom z normálneho rozdelenia s rovnakou strednou hodnotou a varianciou

3.2 Model portfólia

V práci formulujeme tri rôzne modely portfólia: *základný*, *robustný* a *dynamický*. Základný model je prevzatý z literatúry [17] a je založený na minimalizácii podmienenej hodnoty rizika. Pre účely testovania modelov na reálnych dátach sú jeho výsledky v práci použité ako referenčná hodnota pre porovnanie výsledkov ostatných dvoch modelov.

V súčasnej literatúre v oblasti energetiky stále prevažujú aplikácie Markowitzovej teórie portfólia založené na minimalizácii variancie. Preto je potrebné v prvom rade objasniť, aký je rozdiel medzi výsledkami základného modelu a výsledkami získanými minimalizáciou variancie. Tomuto porovnaniu sa v práci venujeme v kapitole 5 jednak teoreticky, za predpokladu normálneho rozdelenia výnosov jednotlivých aktív, rozdiel však ilustrujeme aj na výsledkoch v prípade rozdelení získaných z modelu reálnych opcií, ktoré uvedenú vlastnosť nespĺňajú.

3.2.1 Porovnanie základného modelu s Markowitzovým modelom

Prípado normálne rozdelených výnosov

Uvažujeme $y \in \mathbb{R}^n$ náhodný vektor výnosov, $y \sim N(\mu, \Sigma)$. Portfólio je definované vektorom $x \in \mathbb{R}^n$ podielov jednotlivých aktív. Uvažujeme prípad, kde krátke pozície nie sú možné. Porovnáваме riešenie $\bar{x}_{MV}(R)$ Markowitzovho problému

$$\left. \begin{array}{l} \min_x x^T \Sigma x \\ \text{s.t. } x^T \mu \geq R \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n, \end{array} \right\} \quad (1)$$

s riešením $\bar{x}_{CVaR}(R)$ základného problémom voľby portfólia minimalizujúceho CVaR:

$$\left. \begin{array}{l} \min_x \phi_\alpha(x) \\ \text{s.t. } x^T \mu \geq R \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n, \end{array} \right\} \quad (2)$$

kde $\phi_\alpha(x)$ označuje CVaR rozdelenia $-x^T y$, t.j. straty portfólia.

Základné výsledky dosiahnuté v práci možno zhrnúť nasledovne. Označme (1)* problém voľby portfólia, kde je podmienka $x^T \mu \geq R$ nahradená podmienkou $x^T \mu = R$. Označme jeho riešenie v závislosti od parametra R $\hat{x}_{MV}(R)$. Analogicky označme (2)* problém voľby portfólia minimalizujúceho CVaR, kde je podmienka na očakávaný výnos v tvare $x^T \mu = R$ a jeho riešenie ako $\hat{x}_{CVaR}(R)$. Potom platí nasledovná veta:

Veta 3.1. *Riešenia problémov (1)* a (2)* sú rovnaké, $\hat{x}_{CVaR}(R) = \hat{x}_{MV}(R)$.*

Uvedený výsledok však neimplikuje, že riešenia pôvodných problémov (1) a (2) sú rovnaké. V práci ukazujeme, že vo všeobecnosti dané tvrdenie neplatí. Označme \hat{R}_{MV} výnos portfólia s minimálnou varianciou (bez prítomnosti ohraničenia na očakávaný výnos). Analogicky označme \hat{R}_{CVaR} výnos portfólia minimalizujúceho CVaR (bez prítomnosti ohraničenia na očakávaný výnos). Potom platí

Veta 3.2. $\hat{R}_{MV} \leq \hat{R}_{CVaR}$.

kde v uvedenej vete môže nastať nerovnosť, napríklad v prípade $\Sigma = \sigma^2 I$. Zároveň však platí:

Veta 3.3.

$$\bar{x}_{MV}(R) = \begin{cases} \hat{x}_{MV}(\hat{R}_{MV}) & R < \hat{R}_{MV} \\ \hat{x}_{MV}(R) & R \geq \hat{R}_{MV} \end{cases}$$

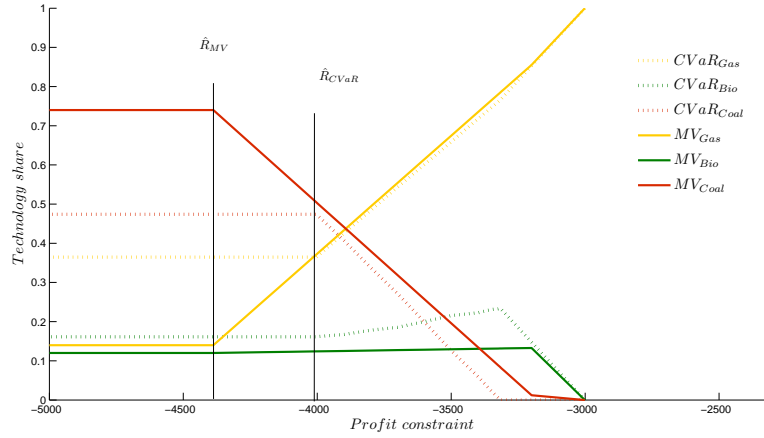
Veta 3.4.

$$\bar{x}_{CVaR}(R) = \begin{cases} \hat{x}_{CVaR}(\hat{R}_{CVaR}) & R < \hat{R}_{CVaR} \\ \hat{x}_{CVaR}(R) & R \geq \hat{R}_{CVaR} \end{cases}$$

To znamená že ak pri normálne rozdelených výnosoch podkladových aktív platí $\hat{R}_{MV} < \hat{R}_{CVaR}$, tak riešenia problémov (1) a (2) nie sú rovnaké pre $R < \hat{R}_{CVaR}$. Daný výsledok navyše dokazuje, že portfólio vytvorené minimalizáciou CVaR dominuje portfólio vytvorené minimalizáciou variance v zmysle očakávaného výnosu.

Prípad rozdelení z modelu reálnych opcií

V prípade výnosov získaných modelom reálnych opcií vedie základný model na úlohu lineárneho programovania. Jeho riešenie pre tri uvažované aktíva je porovnané s riešením Markowitzovho modelu (1) pre rôzne hodnoty obmedzenia na očakávaný zisk. Výsledky ukazujú, že výsledné portfóliá



Obrázok 3: Podiel jednotlivých aktív - Porovnanie riešení Markowitzovho modelu (MV) and základného modelu (CVaR)

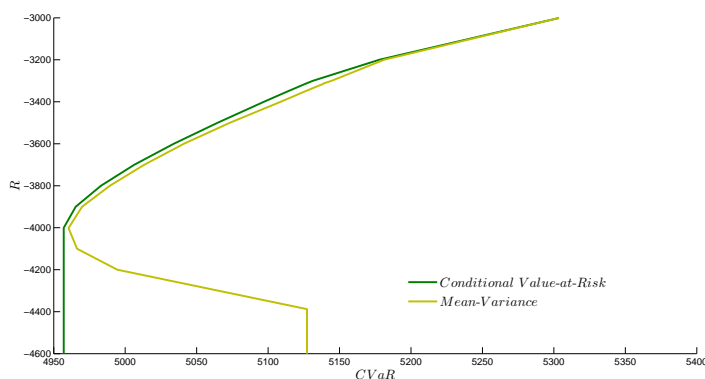
sa zásadne líšia čo sa týka podielu jednotlivých aktív (Obrázok 3). Avšak vidíme, že pre $R \geq \hat{R}_{CVaR}$ je rozdiel $\phi_\alpha(\hat{x}_{MV}(R)) - \phi_\alpha(\hat{x}_{CVaR}(R))$ zanedbateľný (Obrázok 4). To naznačuje, že voľba adekvátneho modelu pre voľbu portfólia je rozhodujúca najmä pre investora, ktorý je zameraný v prvom rade na minimalizáciu rizika a nevyžaduje vysoký výnos. Aplikácie integrovaného modelu v prípade základného modelu voľby portfólia boli publikované v prácach [s5][s6]

3.3 Robustný model

Robustný model navrhnutý v práci sa snaží podať odpoveď na problém nastolený v úvode. Predpokladajme, že rozdelenie zisku jednotlivých aktív závisí od scenára $s = 1, \dots, S$, kde pre každý scenár je rozdelenie známe, avšak v čase rozhodovania nevieme, ktorý scenár v budúcnosti nastane. V tom prípade je potrebné zvoliť takú skladbu portfólia, ktorá prinesie minimálne riziko aj v najhoršom možnom scenári, t.j. je riešením problému

$$\left. \begin{array}{ll} \min_x & \max_s \phi_\alpha^s(x) \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ & x_i \geq 0 \end{array} \right\} \text{for } i = 1, \dots, n \quad (3)$$

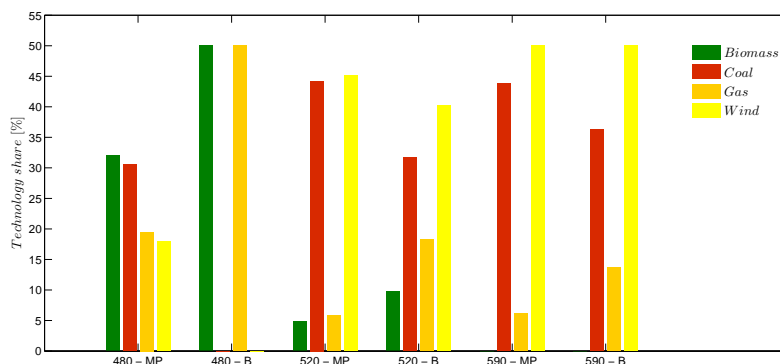
Uvedená formulácia zachováva výhodné vlastnosti základného modelu, t.j. vedie na úlohy konvexnej optimalizácie. Takisto v prípade zisku y majúceho diskkrétne rozdelenie pre každý scenár s vieme úlohu previesť na problém



Obrázok 4: Efektívna hranica - porovnanie závislosti CVaR výsledného portfólia od ohraničenia R pre riešenia Markowitzovho modelu (MV) and základného modelu (CVaR)

lineárneho programovania.

V prípade, ak by bol scenár známy, investor by volil skladbu podľa základného modelu. Ak však nevie, ktorý scenár nastane, volí riešenie robustného modelu. Porovnaním týchto dvoch riešení teda vieme analyzovať vplyv neistoty reprezentovanej scenármi na skladbu investícií, napr. vplyv nejistej ceny emisií.



Obrázok 5: Porovnanie výsledkov základného modelu (B) s robustným modelom zohľadňujúcim časovú štruktúru (MP) pre rôzne scenáre vývoja ceny emisií.

Pomocou uvedeného modelu vieme zohľadniť aj časovú štruktúru príjmov počas životnosti reálnych aktív. Stačí rozdeliť životnosť aktíva na S rovnako dlhých období. V prípade, ak zisk spojený so scenárom s vyjadruje zisk daného aktíva počas s -tej periódy, je riešením robustného modelu taká skladba aktív, ktorej CVaR je robustný v čase.

Oba uvedené prístupy su aplikované v práci na reálne dáta a porovnané s výsledkami základného modelu. Vplyv zohľadnenia časovej štruktúry na výsledné portfólio je značný (Obrázok 5). Kým základný model pre mnohé scenáre odporúča výrazný podiel paroplynových elektrární, v skladbe robustného portfólia je rozhodujúci podiel uhoľných a veterných elektrární. Tento efekt je ešte zosilnený pridaním požiadavky robustnosti portfólia vzhľadom na cenu emisií. Robustnému modelu portfólia a analýze zohľadnenia časovej štruktúry je venovaná kapitola 6 dizertačnej práce. Analýza neistej ceny emisií s využitím robustného modelu voľby portfólia bola publikovaná v [s7][s10].

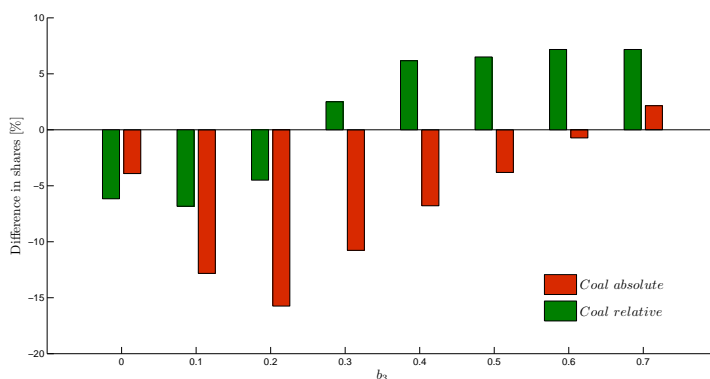
3.4 Dynamický model

Dynamický model voľby portfólia umožňuje investorovi zohľadniť plánované investície v budúcnosti pri rozhodovaní sa o skladbe súčasných investícií. Tým umožňuje investorovi diverzifikovať riziko nielen medzi jednotlivými aktívami ale aj v čase. Uvažujme n rôznych technológií a T období, kde podiel kapacít vybudovaných v období t vzhľadom na celkové investície je daný ohraničením b_t , $t = 1, \dots, T$, $\sum_{i=1}^n x_i^t = b_t$. Vo všeobecnosti môžeme model formulovať ako

$$\left. \begin{array}{l} \min_x \phi_\alpha(x) \\ \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n x_i^t = b_t, \quad t = 1, \dots, T, \\ x \geq 0, \end{array} \right\} \quad (4)$$

kde $x \in \mathbb{R}^{nT}$.

Uvedená formulácia v prípade diskrétného rozdelenia výnosov jednotlivých aktív vedie na úlohu lineárneho programovania. Jej riešením je optimálna skladba portfólia, tentokrát daná nie podielom jednotlivých technológií, ale podielom technológií vybudovaných v jednotlivých obdobiach. Dané portfólio môžeme teda uvažovať ako T čiastkových portfólií, každé predstavujúce optimálnu skladbu investícií do jednotlivých technológií v období t . V prvom



Obrázok 6: Porovnanie podielu uhoľných elektrární na súčasnej a celkovej skladbe portfólia v prípade $b_1 = 0.3$. Znáznomený je rozdielom medzi dynamickým a statickým modelom.

rade nás zaujíma odpoveď na nasledovnú otázku: Má zohľadnenie budúcich investícií vplyv na skladbu súčasného čiastkového portfólia?

V prípade ak budúce investície nie sú do problému zahrnuté, je optimálna skladba súčasného čiastkového portfólia daná b_1 násobkom riešenia základného modelu. Rozdiel medzi výsledkami dynamického a výsledkami základného modelu preškálovanými váhou b_1 teda vyjadruje práve efekt zahrnutia budúcich investícií na súčasné rozhodnutia.

Výsledky ukazujú, že uvažované rozšírenie má naozaj nezanedbatelný vplyv na súčasné investície (Obrázok 6). Vplyv však do značnej miery závisí na váhach b . V prípade, že investície sú rozvrhnuté v čase rovnomerne, sa zahrnutie budúcich investícií prejaví vo väčšom zastúpení uhoľných elektrární v súčasnom čiastkovom portfóliu, aj keď celkový podiel uhoľných elektrární klesne. Investor teda diverzifikuje riziko v čase investujúc do uhoľných kapacít teraz a do obnoviteľných zdrojov neskôr. Podrobnejšia analýza výsledkov je uvedená v kapitole 7 dizertačnej práce. Aplikácie dynamického modelu voľby portfólia boli publikované v [s8][s9].

4 Záver

Hlavné prínosy dizertačnej práce sú:

1. Teoretické porovnanie problémov voľby portfólia minimalizujúceho variáciu s problémom voľby portfólia minimalizujúceho podmienenú hodnotu rizika pre prípad normálneho rozdelenia výnosov podkladových aktív.
2. Vybudovanie modelu pre určenie optimálnej skladby investícií do reálnych aktív s aplikáciou v energetike. Model je založený na dvojúrovňovej optimalizácii, kde problém na druhej úrovni vedie na úlohu voľby portfólia, ktorej vstupom je rozdelenie ziskov jednotlivých reálnych aktív.
3. Formulácia a riešenie modelu reálnych opcií, ktorého výstupom je vektor reprezentujúci rozdelenie zisku spojený s investíciou do daného reálneho aktíva za predpokladu, že dané aktívum je využívané optimálne. Model tvorí prvú úroveň integrovaného modelu, jeho výstup je vstupom pre problém voľby portfólia.
4. Formulácia problému voľby robustného portfólia a návrh riešenia vedúci v prípade diskretného rozdelenia zisku na problém lineárneho programovania.
5. Rozšírenie základného problému voľby portfólia o zohľadnenie možnosti budúcich investícií, vedúci na dynamický model voľby portfólia.
6. Implementácia navrhnutých modelov, ich analýza na reálnych dátach a porovnanie výsledkov jednotlivých navrhnutých modelov vzhľadom k základnému modelu.

Referencie

- [1] S. Awerbuch and M. Berger. Applying portfolio theory to eu electricity planning and policy making. Working Paper EET/2003/03, International Energy Agency, 2003.
- [2] D. Bar-Lev and S. Katz. A portfolio approach to fossil fuel procurement in the electric utility industry. *Journal of Finance*, 31(3):933–942, 1976.
- [3] A. Botterud. *Long-term planning in Restructured Power Systems*. Dissertation, The Norwegian University of Science and Technology, 2003.
- [4] E. Eberlein and G. Stahl. Both sides of the fence: a statistical and regulatory view of electricity risk. *Energy & Power Risk Management*, 8(6):34–38, 2006.
- [5] E. Fama. Multiperiod consumption-investment decisions. *American Economic Review*, 60(1):163–174, 1973.
- [6] M. Halická, P. Brunovský, and P. Jurča. *Optimálne riadenie*. EPOS, Bratislava, 2009.
- [7] M. Ilic, F. Galiana, and L. Fink. *Power Systems Restructuring: Engineering and Economics*. Kluwer Academic Publishers, Cambridge/Mass, 1996.
- [8] International Energy Agency. Projected costs of generating electricity (2005 update). Technical report, OECD/IEA, 2005.
- [9] International Energy Agency. Energy technology perspectives 2006: Scenarios and strategies to 2050. Technical report, OECD/IEA, 2006.
- [10] International Energy Agency. CO₂ emissions from fuel combustion. Technical report, OECD/IEA, 2009.
- [11] International Institute of Applied Systems Analysis. Ggi scenario database, 2007. available at <http://www.iiasa.ac.at/Research/GGI/DB/>.
- [12] H.M. Markowitz. Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1):77–91, 1952.
- [13] R.C. Merton. Lifetime portfolio selection under uncertainty: The continuous-time model. *Review of Economics and Statistics*, 51(3):247–257, 1969.

- [14] R.C. Merton. Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of Economic Theory*, 3:373–413, 1971.
- [15] N. et al. Nakicenovic. *Special Report on Emissions Scenarios: A Special Report of Working Group III of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2000.
- [16] R.T. Rockafellar and S. Uryasev. Optimization of conditional value at risk. *Journal of Risk*, 2:21–42, 2000.
- [17] R.T. Rockafellar and S. Uryasev. Conditional value at risk for general loss distributions. *Journal of Banking and Finance*, 26:1443–1471, 2002.
- [18] F.A. Roques, D.M. Newbery, and W.J. Nuttall. Fuel mix diversification incentives in liberalized electricity markets: A mean-variance portfolio theory approach. *Energy Economics*, forthcoming, 2008.
- [19] I. Wangensteen. Power markets - resources and the environment. Lecture notes, Dept. of Electrical Power Engineering, Norwegian University of Science and Technology, 2005.

Abstract

The focus of this thesis is on the application of conditional Value-at-Risk to the optimal portfolio selection problem. In particular, portfolios of real assets are analyzed, the motivation being the investment into new electricity generating capacities under climate policy uncertainty.

We present a combined real options and portfolio optimization framework. It enables to account both for the optimization on the plant level and at a larger scale. The formulated real option model is used to derive the optimal management strategy under stochastic CO₂ and fuel prices on the power plant level for each electricity generating technology considered. Following this strategy implies a distribution of profit flows representing the profitability of the technology in case it is operated optimally. These profit distributions are used as an input for the portfolio model.

Three different portfolio models are formulated, accounting for the specifics of the underlying problem. For the profit distributions derived by the real options model, these models are shown to lead to linear programming problems. For real data, the results of the individual models are presented and compared.

In addition, the difference between the standard Markowitz portfolio framework and portfolio optimization based on conditional Value-a-Risk is analyzed in case of normally distributed asset profits.

5 Vlastné publikácie autora

- [s1] Fuss, S., J. Szolgayová, M. Obersteiner, M. Gusti (2008): “Investment under Market and Climate Policy Uncertainty,” *Applied Energy* 85: 708-721.
- [s2] Szolgayová, J., S. Fuss and M. Obersteiner (2008): “Assessing the Effects of CO2 Price Caps on Electricity Investments - A Real Options Analysis,” *Energy Policy* 36.
- [s3] Fuss, S., D. Johansson, J. Szolgayová, and M. Obersteiner (2009): “Impact of Climate Policy Uncertainty on the Adoption of Electricity Generating Technologies,” *Energy Policy* 37: 733- 743.
- [s4] Fuss, S., J. Szolgayová (2009): “Fuel Price & Technological Uncertainty in a Real Options Model for Electricity Planning,” *Applied Energy* 86.
- [s5] Fortin, I., S. Fuss, J. Hlousková, N. Khabarov, M. Obersteiner, and J. Szolgayová (2008): “An Integrated CVaR and Real Options Approach to Investments in the Energy Sector,” *Journal of Energy Markets* 1(2).
- [s6] Fuss, S., J. Szolgayová, N. Khabarov and M. Obersteiner (2009): “The Effects of Climate Policy on the Energy Technology Mix: An Integrated CVaR and Real Options Approach,” in: Golub A. & Markandya A. (eds), *Modeling Environment-Improving Technological Innovations under Uncertainty*, Routledge, London, UK.
- [s7] Fuss, S., N. Khabarov, J. Szolgayová, and M. Obersteiner (2009): “Valuing Climate Change Uncertainty Reductions for Robust Energy Portfolios,” *Conference Proceedings of the 33rd International Symposium on Remote Sensing of Environment*, Stresa, May 2009.
- [s8] Szolgayová, J., S. Fuss, N. Khabarov and M. Obersteiner (2009): “A dynamic CVaR-portfolio approach using real options: An application to energy investments,” *Conference Proceedings of the EEM 2009. 6th International Conference on the European Energy Market*, 27-29 May 2009

- [s9] Szolgayová, J., S. Fuss, N. Khabarov and M. Obersteiner (2010): “A dynamic CVaR-portfolio approach using real options: An application to energy investments,” accepted in European transactions on Electrical Power.
- [s10] Fuss, S., N. Khabarov, J. Szolgayová, and M. Obersteiner (2010): “Renewables & Climate Change Mitigation: Irreversible Energy Investment under Uncertainty & Portfolio Effects,” accepted in Energy Policy.

Výsledky boli ústne prezentované na konferenciách:

- Decision Support Modeling in Energy Markets, Trondheim, Norway, marec 2010
- Understanding Strategic Choices for Renewable Energy Investment, St. Gallen, Switzerland február 2009
- London Energy Forum, Market Risk, Policy Uncertainty and Energy Investment, Royal Society, London, UK, november 2009
- EEM 2009, 6th International Conference on the European Energy Market, Louvain, Belgium, máj 2009
- 33rd International Symposium on Remote Sensing of Environment, Stresa, Italy, máj 2009
- International Conference of Applied Energy, ICAE 09 , Hong Kong, január 2009
- Real Options in Energy Economics, ZEW, Mannheim, Germany, október 2008
- 1st Bratislava Economic Meeting, Bratislava, jún 2008
- London Energy Forum: Market Risk, Policy Uncertainty and Energy Investment, Royal Society, London, UK, október 2007