



Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky  
Katedra informatiky

---

# Ad-Hoc Networks with Directional Antennas

*Mgr. Milan Plžík*

---

na získanie akademického titulu *philosophiae doctor*  
v odbore doktorandského štúdia: 9.2.1 Informatika

Bratislava, 2014

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Katedre informatiky Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

**Predkladateľ:** Mgr. Milan Plžík  
Katedra informatiky  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky  
Univerzita Komenského  
Mlynská dolina  
842 48 Bratislava

**Školiteľ:** Mgr. Stefan Dobrev, PhD.  
Matematický ústav  
Slovenská akadémia vied, Bratislava

**Oponenti:** prof. RNDr. Rastislav Královič, PhD.  
Katedra informatiky, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského  
Mlynská dolina  
842 48 Bratislava

prof. RNDr. Luděk Kučera, DrSc.  
Katedra aplikované matematiky, Matematicko-fyzikální fakulta, Universita Karlova  
Malostranské nám. 25  
118 00 Praha 1, Česká republika

RNDr. František Galčík, PhD.  
Ústav informatiky, Přírodovědecká fakulta, Univerzita Pavla Jozefa Šafárika  
Jesenná 5  
041 01 Košice

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa ..... o ..... hod.  
pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia vymenovanou predsedom  
odborovej komisie dňa .....

v študijnom odbore 9.2.1 Informatika

na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave,  
Mlynská dolina, 842 48 Bratislava.

**Predseda odborovej komisie:** prof. RNDr. Branislav Rován, PhD.  
Katedra informatiky  
FMFI UK, Bratislava

# Autoreferát

## Úvod

Dizertačná práca sa venuje optimalizácii bezdrôtových ad-hoc sietí pomocou nahradenia všesmerových antén na zariadeniach za smerové. Ako východiskovú situáciu uvažujeme súvislú ad-hoc sieť pozostávajúcu zo zariadení vybavených všesmerovými anténami. Pri nahrádzaní antén sa sústredíme na to, aby boli zachované niektoré vlastnosti pôvodnej siete. Hlavnou motiváciou na riešenie tejto úlohy je znižovanie spotreby energie komunikujúcich zariadení (prípadne zvýšenie rádiového dosahu pri zachovaní spotreby), menšie vzájomné rušenie a čiastočne zvýšená bezpečnosť vďaka menšej oblasti pokrytej anténami.

Na modelovanie ad-hoc sietí používame nástroje z teórie grafov a z geometrie. Smerové antény sú modelované ako kruhový výsek s parametrami ako stredový uhol  $\varphi$  a polomer  $r$ . Okrem jednoduchých smerových antén sú v bezdrôtových sieťach často používané dipólové alebo Yagi antény. Ako ich zjednodušený model používame double anténu – dva kruhové výseky, ktoré majú spoločný začiatok a vytvárajú navzájom vrcholové uhly. V niektorých prípadoch používame viacero (najviac  $k$ ) antén umiestnených na jednom zariadení.

Na reprezentáciu ad-hoc sietí so všesmerovými anténami používame unit disk grafy (ďalej len UDG). Minimálny polomer potrebný na to, aby bol UDG súvislý, používame pri popisovaní výsledkov ako jednotkovú vzdialenosť. Komunikáciu medzi zariadeniami modelujeme pomocou *anténami indukovaného grafu*. V tomto grafe existuje orientovaná hrana z prvého vrcholu do druhého práve vtedy, keď druhý vrchol je schopný prijímať vysielať prvého. Presné pravidlá pre vytváranie hrán sú závislé od použitého modelu.

V práci používame dva základné modely na vytváranie anténami indukovaného grafu. V asymetrickom modeli (Caragiannis et al. (2008)) existuje orientovaná hrana z prvého vrcholu do druhého práve vtedy, keď prvý vrchol pokrýva svojou anténou druhý vrchol. V symetrickom modeli (Carmi et al. (2011)) sa pripúšťa iba obojsmerná komunikácia medzi dvoma vrcholmi

(pár opačne orientovaných hrán), ktorá je možná práve vtedy, keď sa oba vrcholy navzájom pokrývajú svojimi anténami.

V tejto práci sa sústreďíme na úlohu orientácie antén zariadení – pre dané rozmiestnenie zariadení a antény priradené zariadeniam hľadáme orientáciu antén, pre ktorú bude anténami orientovaný graf silno súvislý. V rámci tejto úlohy študujeme dva problémy. Problém *silnej súvislosti* rieši problém orientácie antén so snahou minimalizovať maximálny polomer antén. Problém *stretch faktora* považuje anténami indukovaný graf za spanner UDG a rozširuje problém silnej súvislosti o požiadavku na konštantné ohraničenie stretch faktora výsledného grafu voči UDG.

Otázky, ktorým sa venujeme v tejto práci, sú nasledovné:

- Ako sa zmení maximálny polomer antén v grafe potrebný pre silnú súvislosť, ak namiesto všesmerových antén použijeme smerové antény s danými parametrami?
- Ako veľmi závisí maximálny polomer od ďalších parametrov, ako napríklad uhol pokrytia antény  $\varphi$  alebo počet antén na jednom vrchole  $k$ ?
- Za akých podmienok je možné konštantne ohraničiť stretch faktor výsledného grafu v porovnaní s pôvodným unit disk grafom?

Nájdenie odpovedí na tieto otázky umožní lepšie pochopiť závislosť rôznych parametrov antén a dosiahnuteľných vlastností ad-hoc sietí. Z hľadiska výpočtovej zložitosti poskytuje výskum v tejto oblasti zaujímavé otázky o vzťahoch medzi riešiteľnosťou spomenutých problémov a rôznymi parametrami priradenia antén. Ciele našej práce boli:

- poskytnúť prehľad súčasných výsledkov pre dve spresnenia problému orientácie antén – problém silnej súvislosti a problém stretch faktoru, a
- rozšíriť súčasné poznatky o vlastnostiach týchto problémov o nové výsledky.

## Dosiahnuté výsledky

Pre problém silnej súvislosti v asymetrickom modeli sme uviedli vylepšený dolný odhad na polomer. Zároveň sme ukázali, že tento odhad je pre priradenie antén s  $k = 4$  a  $\varphi = 0$  tesný a uviedli sme polynomiálny algoritmus na orientáciu antén, ktorý tento polomer využíva. Najlepší dovtedy známy výsledok pre  $k = 4$  bol polomer  $r = 2 \sin(\frac{\pi}{5})$  (Dobrev et al. (2010)). Dolný odhad

sme využili aj na konštrukciu priradenia antén s  $k = 3$  a  $\varphi = 0$ , kde uvádzame polynomiálny algoritmus zlepšujúci dovedty známy polomer na  $r = 2 \sin(2\pi/9)r_{OPT}$ . V tomto prípade ale výsledny polomer nie je tesný s dolným odhadom. Výsledok zlepšuje konštrukciu pre  $k = 3$ , kde bol potrebný polomer  $r = \sqrt{2}$  (Dobrev et al. (2010)). Obidva naše výsledky sú spoločná práca so Stefanom Dobrevom, Oscarom Moralesom Ponce a Evangelosom Kranakisom a boli odprezentované na CSR 2012 v Nižnom Novgorode a v *Lecture Notes in Computer Science*.

Pre double antény v asymetrickom modeli a  $\varphi < \frac{\pi}{2}$  sme ukázali, že vyriešenie problému silnej súvislosti pre polomer  $r < \sqrt{2}$  je NP-úplné. Týmto sme vylepšili najlepšiu predtým známu hranicu na NP-úplnosť  $\varphi = \frac{\pi}{3} - \varepsilon$  a polomer  $r = \sqrt{3}$  (Hesari et al. (2012)). Tento výsledok je spoločná práca so Stefanom Dobrevom a ešte nebol publikovaný.

Pre smerové antény s  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  v symetrickom modeli a stretch faktor 7 sme vylepšili potrebný polomer na 33. Podrobnejšou analýzou problému a výrazným zväčšením polomeru sme ukázali konštrukciu, ktorá používa stretch faktor 5, čo je výrazné zlepšenie oproti najlepšiemu dovedty známemu stretch faktoru (6) pre tento problém (Dobrev et al. (2013)). Tento výsledok vylepšuje stretch faktor 8 pre radius  $r = 14\sqrt{2}$  (Aschner et al. (2013)), ako aj výsledok dosahujúci stretch faktor 9 pre radius  $r = 10$  (Dobrev et al. (2013)). Tento výsledok je spoločná práca so Stefanom Dobrevom a bol akceptovaný na ALGOSENSORS 2014 vo Wroclawi.

# Literatúra

- Ackerman, E., Glander, T., and Pinchasi, R. (2011). Ice-creams and wedge graphs. *CoRR*, abs/1106.0855.
- Agarwal, P. K., Edelsbrunner, H., Schwarzkopf, O., and Welzl, E. (1990). Euclidean minimum spanning trees and bichromatic closest pairs. In *Proceedings of the sixth annual symposium on Computational geometry*, SCG '90, pages 203–210, New York, NY, USA. ACM.
- Aschner, R., Katz, M. J., and Morgenstern, G. (2013). Symmetric connectivity with directional antennas. *Computational Geometry*, 46(9):1017–1026.
- Bakshi, U. and Bakshi, A. (2009). *Antenna And Wave Propagation*. Technical Publications.
- Bauer, D., Broersma, H., and Schmeichel, E. (2006). Toughness in graphs—a survey. *Graphs and Combinatorics*, 22(1):1–35.
- Bhattacharya, B., Hu, Y., Shi, Q., Kranakis, E., and Krizanc, D. (2009). Sensor network connectivity with multiple directional antennae of a given angular sum.
- Bluetooth, S. (2010). The bluetooth core specification, v4. 0. *Bluetooth SIG: San Jose, CA, USA*.
- Bose, P., Carmi, P., Damian, M., Flatland, R., Katz, M., and Maheshwari, A. (2014). Switching to directional antennas with constant increase in radius and hop distance. *Algorithmica*, 69(2):397–409.
- Caragiannis, I., Kaklamanis, C., and Kanellopoulos, P. (2006). Energy-efficient wireless network design. *Theor. Comp. Sys.*, 39:593–617.
- Caragiannis, I., Kaklamanis, C., Kranakis, E., Krizanc, D., and Wiese, A. (2008). Communication in wireless networks with directional antennae.

- Carmi, P., Katz, M. J., Lotker, Z., and Rosén, A. (2011). Connectivity guarantees for wireless networks with directional antennas. *Computational Geometry*, 44(9):477–485.
- Clausen, T., Jacquet, P., Adjih, C., Laouiti, A., Minet, P., Muhlethaler, P., Qayyum, A., Viennot, L., et al. (2003). Optimized link state routing protocol (olsr).
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., Stein, C., et al. (2001). *Introduction to algorithms*, volume 2. MIT press Cambridge.
- Damian, M. and Flatland, R. (2013). Spanning properties of graphs induced by directional antennas. *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications*, 5(03).
- De Berg, M., Cheong, O., and Van Kreveld, M. (2008). *Computational geometry: algorithms and applications*. Springer-Verlag New York Inc.
- Diestel, R. (2010). *Graph Theory*. Springer Verlag.
- Dobrev, S., Eftekhari, M., MacQuarrie, F., Manuch, J., Morales-Ponce, O., Narayanan, L., Opatrny, J., and Stacho, L. (2013). Connectivity with directional antennas in the symmetric communication model. In *Proceedings of Mexican Conference on Discrete Mathematics and Computational Geometry*, pages 89–100.
- Dobrev, S., Kranakis, E., Krizanc, D., Opatrny, J., Morales-Ponce, O., and Stacho, L. (2010). Strong connectivity in sensor networks with given number of directional antennae of bounded angle. In Wu, W. and Daescu, O., editors, *Combinatorial Optimization and Applications*, volume 6509 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 72–86. Springer Berlin / Heidelberg. 10.1007/978-3-642-17461-2\_6.
- Dobrev, S., Kranakis, E., Ponce, O. M., and Plžík, M. (2012). Robust sensor range for constructing strongly connected spanning digraphs in udgs. In *Computer Science—Theory and Applications*, pages 112–124. Springer.
- Eppstein, D. (1999). Spanning trees and spanners. *Handbook of computational geometry*, pages 425–461.
- Gandhi, R., Mishra, A., and Parthasarathy, S. (2008). Minimizing broadcast latency and redundancy in ad hoc networks. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, 16(4):840–851.
- Garey, M. R., Johnson, D. S., and Tarjan, R. E. (1976). The planar hamiltonian circuit problem is np-complete. *SIAM Journal on Computing*, 5(4):704–714.

- Hesari, M. E., Kranakis, E., MacQuarrie, F., Morales-Ponce, O., and Narayanan, L. (2012). Strong connectivity of sensor networks with double antennae. In *Structural Information and Communication Complexity*, pages 99–110. Springer.
- Hiertz, G. R., Denteneer, D., Max, S., Taori, R., Cardona, J., Berlemann, L., and Walke, B. (2010). Ieee 802.11 s: the wlan mesh standard. *Wireless Communications, IEEE*, 17(1):104–111.
- Itay, A., Papadimitrou, C. H., and Szwarcfiter, J. L. (1982). Hamilton paths in grid graphs. *SIAM Journal in Computing*, 11(4):676–686.
- Johnson, D., Ntlatlapa, N., and Aichele, C. (2008). Simple pragmatic approach to mesh routing using batman.
- Kirousis, L. M., Kranakis, E., Krizanc, D., and Pelc, A. (2000). Power consumption in packet radio networks. *Theor. Comput. Sci.*, 243:289–305.
- Kranakis, E., Krizanc, D., Modi, A., and Morales-Ponce, O. (2011). Connectivity trade-offs in 3D wireless sensor networks using directional antennae. In *Proceedings of the 2011 IEEE International Parallel & Distributed Processing Symposium, IPDPS '11*, pages 345–351, Washington, DC, USA. IEEE Computer Society.
- Kranakis, E., MacQuarrie, F., Maffra, I. K. T., and Ponce, O. M. (2013a). Strong connectivity of wireless sensor networks with double directional antennae in 3d. In *Ad-hoc, Mobile, and Wireless Network*, pages 257–268. Springer.
- Kranakis, E., MacQuarrie, F., and Morales-Ponce, O. (2012). Stretch factor in wireless sensor networks with directional antennae. In *Combinatorial Optimization and Applications*, pages 25–36. Springer.
- Kranakis, E., MacQuarrie, F., and Ponce, O. M. (2013b). Approximation algorithms for the antenna orientation problem. In *Fundamentals of Computation Theory*, pages 225–235. Springer.
- Kruskal, J. B. (1956). On the shortest spanning subtree of a graph and the traveling salesman problem. *Proceedings of the American Mathematical society*, 7(1):48–50.
- Lau, H. T. (1980). Finding a hamiltonian cycle in the square of a block.



- Lau, H. T. (1981). Finding eps-graphs. *Monatshefte für Mathematik*, 92(1):37–40.
- Li, M., Wang, Y., and Song, W.-Z. (2004). Applications of k-local mst for topology control and broadcasting in wireless ad hoc networks. *Parallel and Distributed Systems, IEEE Transactions on*, 15(12):1057–1069.
- Mañuch, J. and Gaur, D. (2008). Fitting protein chains to cubic lattice is NP-complete. *Journal of Bioinformatics and Computational Biology*, 6(1):93–106.
- Morris, W. and Soltan, V. (2000). The Erd Hos-Szekeres problem on points in convex position – a survey. *Bull. Am. Math. Soc., New Ser.*, 37(4):437–458.
- Nadeem, T. (2010). Analysis and enhancements for ieee 802.11 networks using directional antenna with opportunistic mechanisms. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 59(6):3012 –3024.
- Namboodiri, V. and Gao, L. (2007). Can we reduce wi-fi energy consumption during voip calls? In *Proceedings of the 2007 ACM CoNEXT conference*, CoNEXT '07, pages 47:1–47:2, New York, NY, USA. ACM.
- Papadimitriou, C. (1994). *Computational Complexity*. Addison Wesley.
- Peleg, D. (2000). *Distributed computing: a locality-sensitive approach*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA.
- Pfender, F. and Ziegler, G. M. (2004). Kissing numbers, sphere packings, and some unexpected proofs.
- Rappaport, T. (2001). *Wireless Communications: Principles and Practice*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, USA, 2nd edition.
- Robins, G. and Salowe, J. S. (1995). Low-degree minimum spanning trees. *Discrete & Computational Geometry*, 14(1):151–165.
- Spyropoulos, A. and Raghavendra, C. S. (2002). Energy efficient communications in ad hoc networks using directional antennas. In *in Proc. IEEE Infocom'2002*, pages 220–228.
- Tammes, P. M. L. (1930). *On the Origin of Number and Arrangement of the Places of Exit on the Surface of Pollen-grains...* PhD thesis, JH de Bussy.

- Toussaint, G. (1980). The relative neighbourhood graph of a finite planar set. *Pattern recognition*, 12(4):261–268.
- Wiese, A. and Kranakis, E. (2008). Local maximal matching and local 2-approximation for vertex cover in udgs. In *Proceedings of the 7th International Conference on Ad-hoc, Mobile and Wireless Networks*, ADHOC-NOW '08, pages 1–14, Berlin, Heidelberg. Springer-Verlag.
- working group, I. . Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specification. IEEE Std. 802.11.
- working group, I. . Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications - amendment 5: Enhancements for higher throughput. IEEE Std. 802.11n.
- working group, I. . Wireless medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications for wireless personal area networks (WPANs). IEEE Std. 802.15.1.
- Zaruba, G. V., Basagni, S., and Chlamtac, I. (2001). Bluetrees-scatternet formation to enable bluetooth-based ad hoc networks. In *Communications, 2001. ICC 2001. IEEE International Conference on*, volume 1, pages 273–277. IEEE.

# Abstract

In this dissertation thesis, we study the communication in ad-hoc wireless networks equipped with directional antennas. Assuming that all nodes in a network were originally connected by omnidirectional antennas, our aim is to replace these with  $k$  directional antennas per vertex, each having an apex angle of at most  $\varphi$  (alternatively, the sum of apex angles of the antennas of one vertex is bound by  $\varphi_\Sigma$ ), while maintaining certain properties of the original ad-hoc network.

We consider two basic models of connectivity. In the asymmetric communication model, a sender is able to send data to a receiver if and only if the sender covers the receiver with its antenna. Unidirectional communication between two adjacent nodes is allowed. In the symmetric communication model, both sender and receiver must cover each other with their antennas in order to enable the communication. In this case, the communication is bidirectional.

The main algorithmic problem concerns the orientation of directional antennas so that the resulting graph of communication between vertices is strongly connected. In addition, since the resulting graph can be also viewed as a spanner of the original communication graph, some results also consider a constant bound on the stretch factor. We provide a survey of recent results followed by our contributions. Our main contributions are summarized in the following list:

- In the asymmetric model, we provide an improved lower bound on the radius. For  $k = 4$  antennas per vertex with an apex angle  $\varphi = 0$ , we provide novel algorithm which uses the optimal radius. Furthermore, we also present an improvement for the orientation in case of  $k = 3$  antennas per vertex with an apex angle  $\varphi = 0$  antennas, which uses a radius of  $2 \sin(\frac{2\pi}{9})$  times the optimum.
- In the asymmetric model and with double antennas with apex angle  $\varphi < \frac{\pi}{2}$ , we have shown that finding an antenna orientation for a radius of  $r < \sqrt{2}$  is NP-complete.
- In the symmetric model, we provide an algorithm orienting  $k = 1$  antenna per vertex

with apex angle  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  using radius 33, which yields a graph with a stretch factor of 7. Furthermore, we achieve a stretch factor of 5 using a more elaborate construction and significant radius extension. This is a significant improvement over the previous state of the art. Our result beats even the best previously known stretch factor 6 for antennas with  $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ .

**Keywords:** wireless sensor networks, directional antenna, antenna orientation, antenna-induced graph, constant stretch factor

# Vlastné publikácie autora

- Dobrev, S. Kranakis, E. Ponce, O. M. and Plžík, M. (2012). Robust Sensor Range for Constructing Strongly Connected Spanning Digraphs in UDGs. In Hirsch, E. A., Karhumäki, J. Lepistö, A. and Prilutskii, M., editors, Computer Science Symposium in Russia, volume 7353 of Lecture Notes in Computer Science pages 112–124. Springer.
- Dobrev, S., Plžík, M. (2014). Improved Spanners in Networks with Symmetric Directional Antennas. To appear in ALGOSENSORS 2014.