

Vedecká rada Fakulty matematiky, fyziky a informatiky  
Univerzita Komenského v Bratislave

Peter Náther

Autoreferát dizertačnej práce

**Complex Networks:  
dynamics and applications**

na získanie vedecko-akademickej hodnosti philosophiae doctor  
v odbore doktorandského štúdia:  
9.2.1 informatika

Bratislava, 2010

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia štúdia podľa § 22c zákona č. 172/1990 Zb. v znení neskorších predpisov na Katedre Aplikovanej Informatiky, Fakulty Matematiky Fyziky a Informatiky UK.

Predkladateľ: Mgr. Peter Náther  
Katedra Aplikovanej Informatiky  
FMFI - UK v Bratislave  
Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Školiteľ: doc. RNDr. Mária Markošová Phd.  
Katedra Aplikovanej Informatiky  
FMFI - UK v Bratislave  
Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Oponenti:

Autoreferát bol rozoslaný dňa:.....

Obhajoba dizertačnej práce sa koná dňa: ..... o ..... pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia vymenovanou predsedom spoločnej odborovej komisie .....

9.2.1. informatika na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky UK v Bratislave, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava.

Predseda spoločnej odborovej komisie:

# Obsah

<b>Obsah</b>	<b>i</b>
<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>Ciele</b>	<b>2</b>
<b>Dosiahnuté výsledky</b>	<b>4</b>
<b>Summary</b>	<b>6</b>
<b>Literatúra</b>	<b>7</b>
<b>Vlastné publikácie</b>	<b>13</b>

# Úvod

Modely komplexných sietí sa úspešne používajú na modelovanie mnohých systémov ako napríklad www, Internet, Facebook či infraštruktúra elektrických rozvodných sietí. Prvé pokusy modelovať takéto systémy spravili matematici Paul Erdős a Alfréd Rényi, ktorí sú autormi klasickej teórie grafov [27]. Ukázalo sa však, že topológia a vývin takýchto systémov sa riadi danými princípmi a štruktúra vzniknutých sietí je odlišná od náhodných grafov. Sieť malého sveta (small world), spopularizované experimentom psychológa Stanleyho Milgrama, ktorý tvrdil, že ľubovoľný dvaja ľudia sa navzájom poznajú cez najviac 6 svojich známych a bezškálové siete opísané Barabásim a Albertovou [9] sa stali veľmi populárnymi. Tieto siete sú charakterizované nízkou speráciou vrcholov, sebedobnosťou či odolnosťou voči náhodným útokom. Problémom je, že reálne systémy sú obrovské, rádovo stotisícly uzlov a milióny hrán, čo mimoriadne sťažuje štúdium týchto sietí. Na zisťovanie vlastností takýchto systémov preto používame modely, ktoré nám pomáhajú predikovať a analyzovať budúci stav a parametre sietí.

# Ciele

V mojej práci sa venujem štúdiu modelov komplexných sietí a možností aplikácii jednotlivých modelov a metód. Zamerám sa na modely inšpirované mechanizmami odpozorovanými na reálnych systémoch. Takéto modely nám pomáhajú lepšie rozumieť procesom vzniku vývoja komplexných. Vďaka nim môžeme taktiež generovať budúcnosť systémov na základne aktuálne nameraných parametrov.

**Positional word web:** Cancho a Solé [16] vo svojej práci študovali siete vytvorené na základe susednosti slov v texte. Ukázali, že takéto siete majú vlastnosti sietí malého sveta a bezškálových sietí. Model generujúci takúto sieť vytvorili Dorogovtsev a Mendés [21]. Tento model bol založený na preferenčnom pripájaní [9]. Avšak medzi navrhnutým modelom a dátami nameranými Canchom a Solém boli drobné rozdiely. Mojm cieľom bolo vyvinúť model, ktorý by lepšie opisoval tieto experimentálne dáta. Vlastnosti navrhnutého modelu som testoval na pozičných sieťach, ktoré som vytvoril z textov Biblie. [40].

**Clustering driven model:** V reálnych systémoch sa často krát stretávame s hierarchickou štruktúrou sietí [54, 53]. Existujú aj modely sietí generujúce hierarchické siete [53], ale tieto sú založené na inkrementálnom pridávaní deterministického vzoru a tak obmedzujú stochastickosť vygenerovanej siete. Mojm cieľom v tejto oblasti, bolo vyvinúť model, generujúci hierarchickú sieť, bez uvedených obmedzení. Ako vhodný mechanizmus sa opäť ukázalo preferenčné pripájanie, za ktorého základ zoberieme klasterizačný koeficient.

**Functional brain networks (funkčné siete mozgu):** Metódy skúmania komplexných sietí som aplikoval na výskum v pomerne novej oblasti a tou sú funkčné siete v mozgu založené na meraniach funkčnej magnetickej rezonancie [17]. Uzlami v týchto sieťach sú voxely, malé oblasti mozgu ktoré sú merané počas funkčnej magnetickej rezonancie. Hrana medzi dvoma voxelmi vzniká ak zmena jedného voxelu v čase je v korelácii so zmenou intenzity iného voxelu. V mojej práci analyzujem štruktúru funkčných sietí mozgu z pohľadu sietí malého sveta, bezškálových a hierarchických sietí. Zamerám sa na rozdiely medzi funkčnými sieťami rôznych osôb počas vykonávania jednoduchých kognitívnych úloh. Študoval som taktiež funkčné siete ľudí s anatomickými zmenami mozgov-

ej štruktúry, ktoré vyvoláva demencia. Časť môjho výskumu som realizoval na Department of Computer Science, Univerzity of Otago, Dunedin, New Zealand, vďaka doc. RNDr. Ľubicy Beňuškovéj, PhD. a Dr. Liz Franz, PhD.

# Dosiahnuté výsledky

Moja práca prezentuje empirické výsledky, merania a experimenty ako aj matematickú analýzu navrhovaných modelov. Spolu s mojimi spolupracovníkmi som navrhol dva teoretické modely. Prvý, Word web model, generuje siete s podobnými vlastnosťami ako majú pozičné siete vytvorené z textu, kde susednosť vrcholov (slov) určuje ich pozícia v texte. Druhý, Clustering driven model, opisuje proces, ktorý vedie k vzniku bezškálovej hierarchickej siete. V mojej práci taktiež prezentujem experimentálnu štúdiu dvoch reálnych komplexných systémov. Pozičné siete vytvorené z niekoľkých veľkých textov ako Biblia [13], či viaceré knihy z projektu Gutenberg [33] a funkčné siete mozgu [17].

**Positional word web:** V mojej práci, uvádzam model rastúcej siete, ktorý kombinuje preferenčné pripájanie a preferenčné prelinkovanie hrán v sieti. Tento model sme vymysleli v snahe lepšie popísať dáta z pôvodného experimentu [16]. Siete generované týmto modelom majú charakter bezškálových sietí a sietí malého sveta. Analytické riešenie tohto modelu poskytuje dôkaz, že distribúcia stupňov vrcholov sietí vygenerovaných týmto modelom má dva škálovacie režimy, tak ako model Dorogovtseva a Mendésa [21]. Navyše, pridaním parametru  $m_r$  vieme ovplyvniť veľkosť škálovacieho exponentu a tak dosiahnuť lepšiu zhodu s experimentálnymi dátami.

Naše numerické štúdie však neukázali prítomnosť dvoch škálovacích režimov pre tieto siete. To isté platí aj pre siete vygenerované naším modelom, na základe nameraných parametrov z vytvorených sietí. Numericky som ukázal, že toto je dôsledkom malej veľkosti uvažovaných sietí.

**Clustering driven model:** Spolu s mojimi spolupracovníkmi sme využili mechanizmus preferenčného pripájania, aby sme vyvinuli 'clustering driven model', čiže model riadený klasterizačným koeficientom vrcholov. Tento model pozostáva z preferenčného pripájania na základe veľkosti klasterizačného koeficientu a lokálneho pravidla, podľa ktorého sa pridávajú nové hrany k vrcholom z vybraného klastra. Zjednodušenú verziu tohoto modelu môžeme porovnať s modelom opísaným Vázquezom [66], pre siete s jedným surferom. Riešenie Vázquezovho 'random walk' modelu sme použili, aby sme ukázali, že škálovací exponent distribúcie stupňov vrcholov nášho modelu je  $\gamma = 3$  a je nezávislý na parametroch modelu. Navrhnutý model je stochastický a vedie k vzniku siete s

hierarchickou štruktúrou [50].

Ukázali sme tiež, že samotné pridávanie vrchola na základe preferencie riadenej klasterizačným koeficientom, je nedostatočné pre vznik bezškálovej siete. Súhlasím s tvrdením Vázquez, že rozhodujúce sú v tomto smere lokálne pravidlá, ktoré nezávisle zavádzajú fenomén preferenčného pripájania a tak pomáhajú vytvárať bezškálovú sieť [66].

**Functional brain networks (funkčné siete mozgu):** V oblasti funkčných sietí mozgu som študoval dve dátové sady. Pre obidve som skonštruoval funkčné siete mozgu, a to nie len s využitím klasicky používanej Pearsonovej korelácie ale aj Grangerovej kauzality, ktorá má schopnosť zachytiť aj nelineárne závislosti.

V prvej štúdií som študoval funkčné siete štyroch subjektov. Pre všetky boli zdrojom dáta namerané za dvoch podmienok a to počas oddychu a počas testovacej fázy, ktorou bolo vykonávanie jednoduchej kognitívnej úlohy (bimanual fingertapping task) [43]. V mojej práci uvádzam detailnejšiu analýzu výsledkov z práce [43]. Pre obidve podienky a všetky subjekty sa potvrdila bezškálová štruktúra ako aj štruktúra sietí malého sveta vytvorených funkčných sietí mozgu, avšak zatiaľ sme zaznamenali iba málo signifikantné rozdiely medzi jednotlivcami či mozgom oddychujúcim a aktívnym. Následne som analyzoval fMRI dataset [15] vytvorený Buckenorum. Ten obsahuje dáta 44 subjektov rôzneho veku, pričom niektorí jedinci mali demenciu. Opäť sa potvrdila bezškálovoť, ako aj štruktúra sietí malého sveta, prítomná vo vygenerovaných sieťach.

V obidvoch štúdiách sa ukázalo že distribúcia klasterizačných koeficientov nemá charakter klesajúcej mocninatej funkcie, čo indikuje absenciu hierarchie v týchto sieťach.

Môj výskum otvoril veľa otázok. Výskum funkčných sietí mozgu je len v začiatkoch. Stále sa hľadajú správne metódy na extrakciu sietí z dát a zatiaľ neexistuje ani matematický model, ktorý by popisoval ich vznik. Tu sa otvára široký priestor pre ďalší výskum.



# Summary

In my thesis I study complex networks. Complex networks are used to describe real systems like www, the Internet or social interactions. We use network models to study such networks. Models help us to understand the network evolution and predict the future of these networks.

My thesis represents a combination of empirical work, measurements, experiments and analysis of models. Here I give the summary of my contributions in several areas covered by this thesis.

**Positional word web:** Together with my co-workers I have developed a model of growing network, that combines the preferential attachment [9] and the preferential edge rewiring [49]. Networks generated by this model have the small world and scale-free structure and the scaling exponent of the degree distribution can be modified through the parameters of the model.

**Clustering driven model:** I and my co-workers have used mechanism of the preferential attachment to develop a clustering driven model of a growing network. This model is based on the preferential attachment driven by clustering coefficient and the local rule of adding edges to the nodes in selected cluster. Processes involved in this model leads to a creation of a scale-free and small world network with a weakly hierarchical structure [50].

**Functional brain networks:** Functional brain networks are new area of research, studied through complex networks. In my work on functional brain networks, I have used Pearson correlation and Granger causality as measures to extract functional brain networks. I have studied two datasets of brain activities. Networks extracted in both studies proved to have a small world and scale-free character. However, there was no significant evidence among individuals, active and resting brain, nor between people with and without dementia.

My research has opened many questions and thus offers a wide range possibilities how to extend my research.

# Literatúra

- [1] J. Abello, A. L. Buchsbaum, and J. R. Westbrook. A functional approach to external graph algorithms. In *Algorithmica*, pages 332–343. Springer-Verlag, 1998.
- [2] S. Achard, R. Salvador, B. Whitcher, J. Suckling, and E. Bullmore. A resilient, low-frequency, small-world human brain functional network with highly connected association cortical hubs. *The Journal of neuroscience : the official journal of the Society for Neuroscience*, 26(1):63–72, January 2006.
- [3] R. Albert and A. L. Barabási. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of Modern Physics*, 74(1):47–97, January 2002.
- [4] R. Albert, H. Jeong, and A. L. Barabási. The diameter of the world wide web. *Nature*, 401:130–131, 1999.
- [5] R. Albert, H. Jeong, and A. L. Barabási. Error and attack tolerance of complex networks. *Nature*, 406(6794):378–382, July 2000.
- [6] E. Almaas and A. L. Barabási. Power laws in biological networks, 2004.
- [7] L. A. Amaral, A. Scala, M. Barthelemy, and H. E. Stanley. Classes of small-world networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 97(21):11149–11152, October 2000.
- [8] J. Appel, E. Potter, Q. Shen, G. Pantol, Maria T. Greig, D. Loewenstein, and R. Duara. A comparative analysis of structural brain mri in the diagnosis of alzheimer's disease. *Behavioural neurology*, 21(1):13–19, 2009.
- [9] A. L. Barabási and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science (New York, N.Y.)*, 286(5439):509–512, October 1999.
- [10] A. L. Barabási and E. Bonabeau. Scale-free networks. *Sci Am*, 288(5):60–69, May 2003.
- [11] A. L. Barabási, H. Jeong, Z. Neda, E. Ravász, A. Schubert, and T. Vicsek. Evolution of the social network of scientific collaborations. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 311(3-4):590 – 614, April 2002.
- [12] D. S. Bassett, E. Bullmore, B. A. Verchinski, V. S. Mattay, D. R. Weinberger, and A. Meyer-Lindenberg. Hierarchical organization of human cortical networks in health and schizophrenia. *J. Neurosci.*, 28(37):9239–9248, 2008.

- [13] <http://unbound.biola.edu>.
- [14] Béla Bollobas. *Random Graphs*. Cambridge University Press, January 2001.
- [15] R. L. Buckner, A. Z. Snyder, A. L. Sanders, M. E. Raichle, and J. C. Morris. Functional brain imaging of young, nondemented, and demented older adults. *J. Cognitive Neuroscience*, 12(Supplement 2):24–34, 2000.
- [16] R. F. Cancho and R. V. Solè. The small world of human language. *Proceedings of The Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 268:2261–2266, 2001.
- [17] D. R. Chialvo. Critical brain networks. *Physica A*, 340(4):756–765, 2004.
- [18] F. Chung and L. Lu. The diameter of sparse random graphs. *Adv. Appl. Math.*, 26(4):257–279, 2001.
- [19] R. Diestel. *Graph Theory*, volume 173 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, Heidelberg, second edition, 2000.
- [20] S. Dodel, M. J. Herrmann, and T. Geisel. Functional connectivity by cross-correlation clustering. *Neurocomputing*, 44-46:1065–1070, June 2002.
- [21] S. N. Dorogovtsev and Mendés J. F. F. Language as an evolving word web. *Proc.Royal Soc.London B*, 268:2603, 2001.
- [22] S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendés. Effect of the accelerating growth of communications networks on their structure. *Physical Review E*, 63:025101, 2001.
- [23] S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendés. Scaling properties of scale-free evolving networks: Continuous approach. *Physical Review E*, 63:056125, 2001.
- [24] S. N. Dorogovtsev and J. F. F. Mendés. *Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW (Physics)*. Oxford University Press, USA, March 2003.
- [25] S. N. Dorogovtsev, J. F. F. Mendés, and A. N. Samukhin. Structure of growing networks with preferential linking. *Phys Rev Lett*, 85(21):4633–4636, November 2000.
- [26] V. M. Eguíluz, D. R. Chialvo, G. A. Cecchi, M. Baliki, and A. V. Apkarian. Scale-free brain functional networks. *Phys Rev Lett*, 94(1), January 2005.
- [27] P. Erdős and A. Rényi. On random graphs, i. *Publicationes Mathematicae (Debrecen)*, 6:290–297, 1959.

- [28] M. Faloutsos, P. Faloutsos, and Ch. Faloutsos. On power-law relationships of the internet topology. In *SIGCOMM '99: Proceedings of the conference on Applications, technologies, architectures, and protocols for computer communication*, volume 29, pages 251–262, New York, NY, USA, October 1999. ACM.
- [29] Paola Flocchini, Rastislav Kráľovič, Peter Ružička, Alessandro Roncato, and Nicola Santoro. On time versus size for monotone dynamic monopolies in regular topologies. *J. of Discrete Algorithms*, 1(2):129–150, 2003.
- [30] <https://pantherfile.uwm.edu/neuropsy/www/fmri.html>.
- [31] K. Friston. Causal modelling and brain connectivity in functional magnetic resonance imaging. *PLoS Biol*, 7(2):e1000033, February 2009.
- [32] C. W. J. Granger. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. *Econometrica*, 37(3):424–438, 1969.
- [33] <http://www.gutenberg.org>.
- [34] P. Hagmann, M. Kurant, X. Gigandet, P. Thiran, V. J. Wedeen, R. Meuli, and J. P. Thiran. Mapping human whole-brain structural networks with diffusion mri. *Plos One*, 7(2):e597, July 2007.
- [35] S.A. Huettel, A. W. Song, and G. McCarthy. *Functional Magnetic Resonance Imaging, 2nd Edition*. Sinauer Associates, January 2009.
- [36] M.D Humphries, K Gurney, and T.J Prescott. The brainstem reticular formation is a small-world, not scale-free, network. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 273(1585):503–511, 2006.
- [37] Jon Kleinberg. The small-world phenomenon: an algorithm perspective. In *STOC '00: Proceedings of the thirty-second annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 163–170, New York, NY, USA, 2000. ACM.
- [38] M. Kochen. *The Small World*. Norwood, NJ: Ablex, 1989.
- [39] P. L. Krapivsky, S. Redner, and F. Leyvraz. Connectivity of growing random networks. *Phys. Rev. Lett.*, 85(21):4629–4632, November 2000.
- [40] Markošová M. and Náther P. Language as a graph (in slovak). *Mind, Intelligence and Life*, pages 298–307, 2007.
- [41] M. Markošová. Dynamika sietí. In *Umelá Inteligencia a kognitívna veda II*. prepared for printing, 2010. Editors: Kvasnička, V. and Pospíchal J.
- [42] M. Markošová. Network model of human language. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387:661–666, January 2008.

- [43] M. Markošová, L. Franz, and L. Benušková. Topology of brain functional networks: Towards the role of genes. In *ICONIP (1)*, pages 111–118, 2008.
- [44] M. Markošová and P. Náther. Language as a small world network. *Hybrid Intelligent Systems, International Conference on*, 0:37, 2006.
- [45] D. Meunier, R. Lambiotte, A. Fornito, K. D. Ersche, and E. T. Bullmore. Hierarchical modularity in human brain functional networks. *Frontiers in neuroinformatics*, 3, 2009.
- [46] S. Milgram. The small world problem. *Psychology Today*, 1:61, 1967.
- [47] Q. D. Morris, B. J. Frey, and Ch. J. Paige. Denoising and untangling graphs using. In *Proc. Neural Info. Proc. Sys*, page 2003, 2003.
- [48] A. E. Motter, de Moura A. P. S., Y. Lai, and P. Dasgupta. Topology of the conceptual network of language. *Physical Review E*, 65:065102, 2002.
- [49] P. Náther and M. Markošová. Positional word web and its numerical and analytical studies. prepared for publication, 2010.
- [50] P. Náther, M. Markošová, and B. Rudolf. Hierarchy in the growing scale-free network with local rules. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 388:5036–5044, December 2009.
- [51] A. S. Nencka and D. B. Rowe. Reducing the unwanted draining vein bold contribution in fmri with statistical post-processing methods. *Neuroimage*, 37(1):177–88, 2007.
- [52] R. Pastor-Satorras and A. Vespignani. *Evolution and Structure of the Internet: A Statistical Physics Approach*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2004.
- [53] E. Ravasz and A. L. Barabási. Hierarchical organization in complex networks. *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 67(2 Pt 2), February 2003.
- [54] E. Ravasz, A. L. Somera, D. A. Mongru, Z. N. Oltvai, and A. L. Barabási. Hierarchical organization of modularity in metabolic networks. *Science*, 297(5586):1551–1555, August 2002.
- [55] A. Roebroek, E. Formisano, and R. Goebel. Mapping directed influence over the brain using granger causality and fmri. *NeuroImage*, 25(1):230–242, March 2005.
- [56] L. A. Schintler, A. Reggiani, R. Kulkarni, and Nijkamp P. Scale-free phenomena in communication networks: A cross-atlantic comparison, August 2003.

- [57] J. Shudong and B. Azer. Small-world characteristics of internet topologies and implications on multicast scaling. *Comput. Netw.*, 50(5):648–666, 2006.
- [58] J. R. Stroop. Studies of interference in serial verbal reactions. *Journal of Experimental Psychology*, 18(6):643–662, 1935.
- [59] J. C. Tamraz, Y.G. Comair, and H.O. Luders. *Atlas of Regional Anatomy of the Brain Using MRI: With Functional Correlations*. Springer-Verlag, April 2004.
- [60] Ch. Tantipathananandh, T. Berger-Wolf, and Kempe D. A framework for community identification in dynamic social networks. In *KDD '07: Proceedings of the 13th ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*, pages 717–726, New York, NY, USA, 2007. ACM.
- [61] NWB Team. Network workbench tool, 2006.
- [62] H. P. Thadakamalla, R. Albert, and S. R. T. Kumara. Search in spatial scale-free networks. *New Journal of Physics*, 9(6):190, 2007.
- [63] Ch. K. Tse, X. Liu, and M. Small. Analyzing and composing music with complex networks: finding structures. In *in Bach [U+FFFD]s, Chopin [U+FFFD]s and Mozart [U+FFFD]s, [U+FFFD] International Symposium on Nonlinear Theory and Its Applications, (NOLTA2008)*, 2008.
- [64] M. Valencia, Pastor M. A., M. A. Fernandez-Seara, J. Artieda, J. Martinerie, and Chavez M. Modular organization as a basis for the functional integration/segregation in large-scale brain networks. 2009.
- [65] M. Vandenneuvel, C. Stam, M. Boersma, and H. Hulshoffpol. Small-world and scale-free organization of voxel-based resting-state functional connectivity in the human brain. *NeuroImage*, 43(3):528–539, November 2008.
- [66] A. Vázquez. Growing network with local rules: Preferential attachment, clustering hierarchy, and degree correlations. *Physical Review E*, 67(5):056104+, May 2003.
- [67] D. J. Watts. *Small worlds: The dynamics of networks between order and randomness*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1999.
- [68] D. J. Watts and S. H. Strogatz. Collective dynamics of 'small-world' networks. *Nature*, 393(6684):440–442, June 1998.
- [69] K. A. Welsh-Bohmer and III White, Ch. L. Alzheimer disease: What changes in the brain cause dementia? *Neurology*, 72(4):e21–, 2009.

- [70] Ye Xu and W. Zhuo. On a model of internet topology structure. *Multimedia Information Networking and Security, International Conference on*, 1:378–382, 2009.
- [71] H. Zhang, A. Goel, and R. Govindan. Using the small-world model to improve freenet performance. *Comput. Netw.*, 46(4):555–574, 2004.
- [72] H. Zhu and Z. Huang. Navigation in a small world with local information. *Physical Review E*, 70:036117, 2004.

# Vlastné publikácie

- [1] M. Markošová and P. Náther. Language as a small world network. *Sixth International Conference on Hybrid Intelligent Systems and Fourth Conference on Neuro-Computing and Evolving Intelligence, Los Alamitos : IEEE Computer Society*, 0:37, 2006.

Citované:

- [1 ] Y. Weiwei and G. Donghai and L. Young-Koo and L. Sungyoung and J.H. Sung, Improved trust-aware recommender system using small-worldness of trust networks, *Knowledge-Based Systems*, 23, pages 232-238, 2010.
- [2 ] G. Frivolt and M. Bieliková, Topology generation for web communities modeling. In P. Vojtás, M. Bieliková, B. Charron-Bost, and O. Sýkora, editors, *SOFSEM 2005, LNCS 3381*, pages 167–177. Springer, 2005.
- [2] M. Markošová and P. Náther Jazyk ako graf. *Mysel', inteligencia a život, Bratislava : Slovenská technická univerzita*, pages 298–307, 2007.
- [3] M. Markošová and P. Náther Dynamika sietí. *Kognice a umělý život VII, Opava : Slezská univerzita*, pages 241–244, 2007.
- [4] P. Náther Language as a complex network ITAT 2008 Informačné Technológie-Aplikácie a Teória, Seňa : PONT, pages 123–126, 2008.
- [5] P. Náther and M. Markošová Topológia funkčných sietí mozgu. *Kognice a umělý život IX, Opava : Slezská univerzita*, pages 233–239, 2009.
- [6] P. Náther, M. Markošová, and B. Rudolf. Hierarchy in the growing scale-free network with local rules. *Physica A Statistical Mechanics and its Applications*, 388:5036–5044, December 2009.
- [7] P. Náther and M. Markošová. Positional word web and its numerical and analytical studies. prepared for publication, 2010.