



Univerzita Komenského v Bratislave

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky



Dagmar Mô ovská

Autoreferát dizerta nej práce

Využitie počítačových aplikácií na diagnostikovanie ztruktúry matematických znalostí a schopností študenta

na získanie akademického titulu philosophiae doctor

v odbore doktorandského štúdia:

9.1.8. Teória vyučovania matematiky

Bratislava 2017

Dizertná práca bola vypracovaná
v dennej forme doktorandského štúdia

na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského

Predkladateľ : Dagmar Mňovská
CZ# Narnia, Be adická 38, Bratislava

Ľukolite : doc. PaedDr. Monika Tomcsányiová, PhD.

Teória vyučovania matematiky

Predseda odborovej komisie:

.....
(meno a priezvisko s uvedením titulov a hodností
a presná adresa jeho zamestnávateľa)

ABSTRAKT

Autor: RNDr. Mô ovská, Dagmar

Názov práce: Vyufitie po íta ových aplikácií na diagnostikovanie –truktúry matematických znalostí a schopností fliaka

Názov –koly, fakulty, a katedry: Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky

Príkladiteľ: doc. PaedDr. Monika Tomcsányiová, PhD., FMFI UK v Bratislave

doc. RNDr. Katarína Bachratá, PhD., fiU v filine

Bratislava 2017, 131 strán

Predkladaná práca analyzuje teóriu vyu ovania matematiky orientovanú na budovanie schém, implementáciu tejto teórie do formy matematických prostredí a ná– výskum zameraný na diagnostikovanie –truktúry matematických znalostí a schopností fliaka. V práci sme popísali metodiku prípravy a návrhu matematických prostredí prof. Hejného a jej sú as ou sú aj ukáfkly nieko kých elektronických aplikácií na podporu vyu ovania matematiky. Prostredníctvom kvalitatívneho výskumu dáva práca odpovede na nieko ko otázok, ktoré zis ujú, aký vplyv má vyu ovanie matematiky s vyufitím technológií na fliakov.

Samotný výskum prebehol v dvoch fázach. Predvýskum sme zrealizovali s dvomi skupinami fliakov s rôznymi vekovými hranicami a skúmame v om predov–etkým problémy, ktoré môflu nasta pri pouffívaní softvéru vo vyu ovaní matematiky. V hlavnom výskume sa potom zameriavame na diagnostiku –truktúr matematických znalostí a schopností fliakov pomocou nami navrhnutého pedagogického softvéru. Tento softvér sme potom, spolu s profesionálnou metódou zaznamenávania správania fliakov pri práci s ním, pouffili na diagnostikovanie znalostí fliakov pri rie–ení gradovanej série úloh.

K ú ové slová: vyu ovanie matematiky, znalosti, schopnosti, diagnostika, pedagogický softvér, elektronická podpora, fliak, u ite , výskum

ABSTRACT

Author: RNDr. Mária Ševčíková, Dagmar

Title: The usage of software for mapping the structure of mathematical knowledge and skills of pupils

University, faculty, department: Comenius University in Bratislava, Faculty of mathematics, physics and informatics, Department of algebra, geometry and didactics of mathematics

Supervisors: doc. PaedDr. Monika Tomcsányiová, PhD., FMFI UK in Bratislava
doc. RNDr. Katarína Bachratá, PhD., FiU in Filina

Bratislava 2017, 131 pages

The main focus of this dissertation is the analysis of a scheme oriented theory for teaching mathematics, implementation of this theory into mathematical environments and research into mapping the structure of mathematical knowledge and skills of pupils.

We describe methodology for the design of mathematical environments first introduced by Prof. Hejný, including examples of multimedia applications for teaching mathematics. Using qualitative methods, we also conducted a study to describe the influence of the usage of technologies in teaching mathematics on pupils.

The research was conducted in two phases. The pilot study involved two groups of students of different age and primarily aims at identifying problems associated with the usage of software for teaching mathematics. The main part of the study goes into mapping the structure of mathematical knowledge and skills of pupils using a novel educational software we developed. Together with a professional method for evaluating pupil behavior, we used this software to assess their knowledge in a series of graded exercises.

Key words: teaching mathematics, knowledge, skills, educational software, electronic support, pupil, student, teacher, research

Úvod

Ako študentka M. Hejného považujem konštruktivistický objavný prístup k vyučovaniu matematiky za prirodzený spôsob poznávania matematického sveta. Ako učiteľka v roli sprievodcu predkladám študentom rôzne problémové situácie a oni sami si procesom zoberania a abstrakcie vlastných skúseností konštruujú svoje poznatky všeobecnejšie a abstraktnejšie. Snažím sa hľadať primerané matematické prostredia pre študentov, aby ich motivovali k práci a zároveň aby v nich prebiehal proces učenia sa. Sociálne klíma triedy podporuje tvorivosť a pomáha mi v tomto procese.

Vyučovanie matematiky, matematické štruktúry a myšlienkové pochody študentov sú oblasti, v ktorých sa pohybujem veľa rokov, mám veľa skúseností a zážitkov, aj ako učiteľka, aj ako výskumníčka. Taktiež digitálne technológie sú predmetom môjho štúdia a záujmu dlhé roky. Po celý čas ma prekvapuje ako oddelene v praxi tieto dve pre mňa blízke oblasti fungujú. Ako veľa dobrých matematikov nechce do svojho sveta prijať digitálne technológie, ale aj ako často dobrí a pokrokoví informatici odsúvajú, zaznávajú rolu matematiky a budujú medzi nimi hranice. Pre mňa sú tieto oblasti veľmi blízke a vidím mnohé možnosti vzájomnej podpory a doplnenia medzi nimi. Preto som si vybrala výskum na hranici medzi nimi. Mám teoretické zázemie a bohaté skúsenosti v oblasti didaktiky matematiky, som aj štátnym náučiteľkou a mnohoročnou učiteľkou v oblasti informatiky. Digitálne technológie sú pre mňa osobne stále výzvou, mám tu veľa otázok, a preto sa vždy k nim rada vraciam. Najviac ma lákajú výzvy, ktoré sú na spoločnej hranici týchto svetov. Jednou z týchto výziev bola aj moja práca a výskum. Na tomto som teoretické smery a poznatky, ktorým sa chcem v tomto výskume venovať.

Ciele práce

Cieľom diagnostiky je mapovať kvalitu a charakter fľakových znalostí a schopností v určitej oblasti. Plánovaným cieľom našej práce je zistiť, akým spôsobom sa dajú elektronické aplikácie použiť na diagnostiku štruktúry matematických znalostí a schopností fľakov.

Ako prvý iastkový cieľ sme si zvolili overiť, akým spôsobom fľaci používajú počítačové aplikácie. Pre kvalitatívny výskum vplyvu využívania s využitím technológií na fľakov štvrtého ročníka základnej školy sme vybrali aplikáciu k prostrediu Výstavisko, ktoré prepája úseľný rad s geometrickou schémou, rozvíja kombinatorické myslenie a hľadanie iastkových stratégií. Cieľom prvej časti nášho výskumu bolo teda špecifikovať a explicitne pomenovať fenomény, ktoré sa dominantne prejavujú pri využití s podporou technológií, a fenomény, ktoré sa prejavujú pri využití bez tejto podpory (teda klasickým spôsobom). Hľadali sme pozitívne a negatívne stránky oboch využívaní (klasického a s podporou počítačovej aplikácie) pri riešení špeciálneho typu úloh, ktorý navrhol profesor Hejný pre využívanie matematiky orientované na budovanie schém a ktoré sa nazývajú Výstaviská.

V hlavnom výskume sme reagovali na závery vyhodnotené v predvýskume. Upravili sme charakteristiky počítačových aplikácií, najmä sme sa zamerali na spoluprácu s profesionálnou firmou na tvorbu softvéru a spolupracovali sme na vývoji aplikácie Dvojramenných váh. Previedli sme hlavný experiment na vzorke fľakov zo šiestich škôl. Pomocou technického vybavenia sme sa seriózne venovali detailnému zaznamenaniu a následne diagnostike fľackých riešení a myšlienkových procesov. Pokúsili sme sa o analýzu testovania so zameraním na vybrané atribúty a fázy riešiteľského postupu. Naším zámerom je ukázať uplatnenie takejto počítačovej aplikácie so sériou gradovaných úloh matematického prostredia pod a profesora Hejného v diagnostike fľackých myšlienkových procesov.

Po našom výskume sme hľadali súbor fenoménov, ktorými môžeme fľacké riešenia hodnotiť. Analyzovali sme rôzne riešiteľské postupy a hľadali miesta i prípadných omylov a zlyhaní. Na základe týchto znalostí a skúseností sme vytvorili kľúč na diagnostikovanie úseľných fľackých riešení. Pomocou neho sme schopní charakterizovať kognitívnu štruktúru znalostí fľaka v danej oblasti (v tomto prípade matematiky) a následne môžeme potom naštudovať zónu najbližšieho úseľného vývoja daného fľaka v danej oblasti, poukázať na nedostatky, ktoré sa prejavili a naplánovať ich možnú reedukáciu.

Metódy práce

Na diagnostikovanie štruktúry matematických znalostí a schopností žiakov sme sa rozhodli použiť pôvodné e-learningové aplikácie, ktoré sami navrhujeme. Tieto aplikácie sa opierajú o pedagogickú a didaktickú kvalitu vyučovania matematiky Hejného metódou.

Vo fáze zoznamovania sa s problematikou hlavného výskumu sme si stanovili dva hlavné ciele:

1. zistiť, akým spôsobom žiaci používajú pôvodné aplikácie
2. vyskúšať ako dokážeme pripraviť pôvodnú aplikáciu postavenú na matematickom prostredí a spájajúcu didaktické zásady Hejného metódy.

K prvému cieľu sme pripravili a previedli kvalitatívny výskum a po jeho vyhodnotení aj nadväzujúci výskum s inou vekovou kategóriou – študentov. Tento predvýskum a jeho analýza sa stali predmetom odborných konzultácií a skúmania možností ďalšieho pokračovania výskumu.

V príprave pôvodných aplikácií sme sa snažili do nich vložiť vzdelávacie ciele jednotlivých prostredí. Chceli sme, aby samotné matematické prostredia poskytovali flexibilitu a pôsili s interaktivitou, čo sa týka stvárnenia učebnej látky, úloh na riešenie, aj ciest riešenia. Na prvú úlohou bolo tieto vlastnosti prostredí využiť a preniesť do navrhovaného softvéru. Zohľadnili sme zvlášť mieru interaktivity programu vzhľadom ku účelu, ale aj mieru interaktivity programu vzhľadom ku študentovi. V návrhoch jednotlivých aplikácií nám išlo o úroveň využitých kognitívnych postupov (analýza, syntéza, aplikácia, hodnotenie).

Zároveň sme chceli, aby programátori zabezpečili technickú kvalitu, kvalitu grafiky, používateľský komfort, prehľadnosť, spoľahlivosť a rýchlosť. Zvláštnou požiadavkou, ktorá sa vynorila aj na základe hlavných výsledkov práce, bolo ukladanie výsledkov práce žiakov na počítači. Priebehnú zaznamenávanie procesu riešenia úloh žiakmi nám tak umožnilo diagnostikovať ich myšlienkové procesy.

V práci uvádzame jednotlivé zadania projektov z Hejného matematiky (mierne zjednodušené), ktoré boli realizované podľa našich predstáv. Študenti sa okrem precvičenia programovacích zručností oboznámili aj so základnými princípmi didaktického softvéru, snažili sa o motiváciu žiakov, názornosť a dodržanie ostatných pravidiel. Taktiež stručne popisujeme príklady a ukážky obrazoviek hotových aplikácií, ktoré študenti podľa nášho vedenia vytvorili.

Pomocou na-tudovanej literatúry sme sa zoznámili so základnými a najpoužívanejšími metódami, ktoré sa aplikujú v pedagogickom výskume. Následne sme pre náš výskum vybrali tieto metódy:

Predvýskum. Predvýskum nám umožnil, aby sme na menšej vzorke a za kratší čas zistili, či je náš plánovaný výskum realizovateľný, zrozumiteľný a či nám prinesie odpovede na to, o čom chceme zistiť. Na základe spracovania výsledkov predvýskumu sme korigovali a spresnili ciele, priebeh, aj spracovanie hlavného výskumu.

Polo-štruktúrovaný rozhovor. Polo-štruktúrovaný rozhovor sme použili na zisťovanie, ako sú testovaní študenti zvyknutí pracovať s počítačom. Pridávali sme sa vopred pripravených otázok, ale priebežne sme reagovali na podnety zo strany respondenta.

Experiment. V experimentoch sme si sformulovali hypotézy a robili sme aktivity na ich overenie alebo poprenie. Experiment je najnáročnejšia, ale aj najsofistikovanejšia výskumná metóda, ktorá sa používa v pedagogickom výskume. Pri jej výbere sme počítali s tým, ktoré a za akých podmienok, ktoré pri experimente získame, prenesieme aj do ďalších pedagogických aktivít (určíme východiská, rozlíšime závislé a nezávislé premenné, príčiny a následky, pozorovanie, presné zaznamenávanie, atď.).

Závery práce

Predvýskum Výstavisko a jeho závery potvrdili o akávané hypotézy, že študenti, ktorí majú k dispozícii počítač, strácajú hlavu o to, čo majú robiť, a radšej akoby použili stratégiu riešenia. Následne sme formulovali aj ďalšie hypotézy, že použitie didaktického softvéru súvisí so vzájomnou otvorenosťou, spoluprácou študentov, s ochotou diskutovať medzi sebou. Keď pracujú na počítači, zabúdajú na zadané pravidlá úlohy (lebo sa spoliehajú, že aplikácia ich na ne upozorní) a strácajú cit pre riešenia (pracujú mechanicky, napríklad nezistia, že tú istú úlohu riešili pred chvíľkou). A nakoniec im práca trvá aj tak dlhšie ako keď použijú klasické pero a papier a tabuľku. Za alarmujúce považujeme aj to, že možnosť okamžitej kontroly pomocou elektronickej aplikácie vedie k potlačeniu objavovania rôznych stratégií, aj keď plynú vzhľadom. Pri použití klasického prístupu si študenti vytvoria hlbší koncept. Preto jedno z odporúčaní, ktoré sme vyvodili pre využitie matematiky s elektronickej podporou je upozornenie na nevhodnosť poskytovania okamžitej priebežnej kontroly.

Priebeh testovania sme zaznamenali pomocou špeciálneho softvéru Screencast-O-Matic, ktorý sníma obrazovku počítača a v priebehu testovania študenta vo forme videonahrávky. Zároveň cez webkameru bolo možné sledovať tvár študenta pri práci a pomocou špeciálneho ukazovateľa aj pohyb kurzora myši. Tento spôsob záznamu testovania je komplexný a zachytáva každú sekundu priebehu testovania. Preto ho považujeme za hodnoverný a plne postačujúci pre náš výskum a spracovanie záverov. Pri spracovaní údajov z testovania sme postupovali tak, že sme bezprostredne po ukončení testovania vytvorili prvú reflexiu a neskôr sme pomocou analýzy videozáznamov špecifikovali jednotlivé javy. Následne sme tento popis sformalizovali do výslednej tabuľky, kde sú atribúty striktné špecifikované a výsledky vyjadrené booleovskou hodnotou. Považujeme to za pokus o formu, ktorú bude možné v budúcnosti spracovávať automaticky a tým aj na väčšej vzorke respondentov.

Teoretické a praktické prínosy dizerta nej práce

Prínosy práce sme rozdelili do viacerých oblastí:

Diagnostický potenciál eduka ného softvéru Dvojramenné váhy. Prostredie Dvojramenné váhy nadväzuje na prvostup ové matematické prostredia, ktoré propedeuticky pripravujú fliakov na rovnice, nerovnice a prácu s nimi. Pre fliakov je dobre uchopité, môžeme pomocou váh sprostredkovať fliakom reálne zážitky práce s nimi. Zároveň toto prostredie poskytuje možnosť zaradenia aj na prvom, aj na druhom stupni základnej školy, stačí gradovať náročnosť úloh, preto môžeme slúžiť ako akési prepojenie práce s rovnicami na prvom a druhom stupni základnej školy. Použitý edukačný softvér simuluje prostredie Dvojramenných váh a umožní učiteľovi pracovať s veľkou mierou voľnosti vo forme jednotlivých závaží, aj vo forme predmetov neznámej hmotnosti. Jedná sa o prostredie reprezentácie rovníc, respektíve nerovnic (keď sú Dvojramenné váhy v nerovnováhe, jedna strana je ťažšia ako druhá).

Hlavným didaktickým cieľom je sprostredkovať fliakovi pomocou simulovanej manipulácie najprv separované skúsenosti a neskôr dobré porozumenie skutočnosti, že rovnováha nie je narušená, keď s oboma stranami vykonáme rovnakú operáciu. Operácie sú dvoch typov: aditívna (k obojstranným pridáme rovnako, alebo z oboch strán odoberieme rovnako, multiplikatívna (obe strany zväčšíme n-násobne, alebo obe strany redukuje na jednotku). V ďalšom štádiu gradácie sa objaví aj substitúcia (napríklad pri rovniciach s dvoma neznámymi (dva druhy masiek, dva druhy predmetov na miskách váh). Taktiež porovnávaciu metódu je na modeli Dvojramenné váhy veľmi názorná. Ďalším príkladom matematického pozadia tohto prostredia je práca s výrazmi a so zátvorkou, ktorú sme použili aj v našej sérii úloh. Je modelovaná pomocou balíka, v ktorom sa ukrýva (fliak zistí pri jeho rozbalení) napríklad závažie a predmet neznámej hmotnosti. fliak druhej triedy má takto možnosť sa prostredníctvom modelu stretnúť s konkrétnou reprezentáciou výrazu, zátvorky a získava konkrétne zážitky pri práci s nimi v rámci propedeutiky algebraických výrazov.

Prínos počítačovej aplikácie vidíme v názornosti, ktorú dokáže aplikácia ponúknuť na vyššej úrovni ako obrázky v učebnici. fliaci pri práci s počítačovou aplikáciou manipulujú so závažiami a miskami váh modelujúc reálnu skúsenosť. Ďalším prínosom edukačného softvéru je zvýšenie atraktivity a tým motivácie riešiť úlohy na počítači. Nespornou výhodou je šneomyšľnosť aplikácie v riešení zadaných úloh (oproti učiteľovi, ktorý delí svoju pozornosť medzi viacerých fliakov). Každý fliak rieši úlohy inou rýchlosťou, to býva často diskutovaný

problém u žiakov a aj v iných oblastiach matematiky, pri riešení rovníc sú rozdiely medzi žiakmi výrazné. Aplikácia umožní každému žiakovi riešiť danú sériu úloh svojím vlastným tempom a tým budovať svoju schému poznania pre jeho primeranou rýchlosťou. Zásadnú rolu pri zázname riešenia a pri diagnostike žiakov zohráva softvér, ktorým sme zaznamenali priebeh testovania. V použití edukatívneho softvéru aj týmto smerom vidíme veľký potenciál pre žiakov.

Aj z uvedeného vyplýva, že prostredie Dvojramenných váh a jeho sprostredkovanie žiakom pomocou edukatívneho softvéru má široké matematické zázemie a didaktický potenciál, na druhom stupni základnej školy, ale aj v nižšom veku žiakov (ako potvrdil náš výskum).

Diagnostikovanie žiakových znalostí pomocou edukatívneho softvéru. Hlavnou hypotézou nášho výskumu bolo overiť, či softvérové aplikácie vytvorené k prostrediam využívania matematiky podľa profesora Hejného môžu pomôcť pri diagnostike znalostí a myšlienkových procesov žiakov. V práci sme ukázali ako možno prepojiť diagnostiku a vzťahujú ju do teoretického základu konštruktivistickej teórie. Uviedli sme konkrétne výsledky testovania žiakov v našom výskume na pozadí tejto teórie. Naš výskum je ukotvený v edukatívnej stratégii konštruktivismu, preto dominantnú rolu hrá tvorivosť žiaka a jeho autonómny poznávací proces.

V gradovanej sérii úloh, ktoré ponúkala aplikácia Dvojramenné váhy v našom výskume, prvých 11 úloh (úroveň základná a prvé dve úlohy stredné) boli pre väčšiu časť žiakov ťažké. Postupne klesala motivácia, nenapadlo ich prejsť na ďalšiu úlohu. Jeden žiak sa opakovane pýtal, či musí v teste pokračovať, ostatní pokračovali, ale bolo vidieť, že ich to ku koncu už nebaví. To znamená, že je potrebné urobiť kroky k tomu, aby nastavená úroveň motivácie neklesala tým, že žiaci riešia pre nich ťažké úlohy.

Riešenie série úloh chápeme ako sériu izolovaných modelov, ktoré by mohli viesť ku konštrukcii generického modelu. Tento jav nastal u niektorých žiakov, dopožívali závažia na miskách tak, aby boli súčet rovnaký (nechceli na vyváženie váh). Nikto z testovaných žiakov ale neurobil taký abstraktný zdvih, že by sítal závažia a rozdelil súčet ich hmotností na polovicu. Otázkou je, či by k tomu viedla ešte dlhšia séria rovnakých úloh, alebo nejaká iná zmena v zadaniach úloh. Príkladáme sa skôr k názoru, že táto úvaha potrebuje čas. Aplikácia je pripravovaná pre 2. až 5. ročník, teda niekedy v priebehu času tento abstraktný zdvih nastane.

Ofiivenie do série úloh vniesol balí ek. Najmä grafika a manipulácia s ním bola pre fliakov nová. Ale priniesol aj nové mylienkové pochody. Niektorí fiaci si vimi, že sa dá zistiť jeho hmotnosť, ostatní riešili novú úlohu metódou pokus - omyl. Boli fiaci, ktorí si zistili hmotnosť balíku tak, že ho vyvážili. Boli takí, ktorých sme sa pýtali, prečo tam je rozložený balí ek, s ktorým sa nedá hýbať?... bolo im to ťudné, ale nevedeli. Balí ek oividne posunul mylienkové procesy, fiaci sa podarila práca s ním dajú diagnosticky odlišiť. Otázkou ostáva, ako doviess fliakov k zisteniu, že v rozbalenom balíku sú rovnaké závažia ako v zabalenom, čiže sa jedná o rovnaký balí ek. Mohol by byť jeden balí ek priežadný (?) Alebo fliakom pri prvej úlohe ukázať ako to funguje (nejde predsa o porozumenie, ale o pravidlo), alej ufl nebude problém. fiaci potrebovali viac úloh s balíkom, aby sa ich mylienkové procesy ukotvili.

alšia zmena bola v závažiach na policiach, čiže nová grafika, nová motivácia, nový spôsob manipulácie, aj myslenia pri riešení (prvky sú šs opakovaním). Opäť fiaci potrebovali viac úloh tohto typu.

Nasledujúcim gradovaním obľdnosti by v tomto prípade bola úroveň s neznámym závažím. Toto máme pripravené ako ťafkú úroveň (práca s neznámou v rovnici). Vzhľadom na to, že sme testovali fliakov druhého ročníka, túto úroveň sme im nesprístupnili, pretože sme ju považovali za vhodnú až do tretieho ročníka. Ale po vyhodnotení testov sme si uvedomili, že keď si fiaci dokázali balí ek odvážiť, resp. doriešiť úlohy, aj keď nepoznali hmotnosť balíku, poradili by si aj v prípade neznámeho závažia.

Po ťitová aplikácia umožnila odhaliť niektoré javy a chyby v riešení fliakov, ktoré súvisia nielen s riešením konkrétneho typu úloh, ale často presahujú do chybných postojov a návykov. Ukázali sme, že môžeme odhaliť:

- pasívny prístup fliaka (čaká na pokyn, výzvu pracovať, návod ako)
- neporozumenie alebo chybné porozumenie zadaniu úlohy (misinterpretácie)
- neuchopenie alebo nesprávne uchopenie úlohy (hoci správne porozumenej)
- neochota / strach experimentovať
- prílišné experimentovanie (často bez orientácie a odhadu, špovrchné)
- neschopnosť odhaliť zovšeobecnenie (akési stagnovanie, zaseknutie sa na jednej úrovni, neschopnosť ďalšieho posunu, abstrakčného zdvihu).

Na uvedené javy môžeme u ťite pri práci fliaka s touto po ťitovou aplikáciou zamerať pozornosť a na základe ich odhalenia môžeme upraviť edukáciu stratégiu, ktorú k danému fliakovi zvolí. Z našej analýzy vyplýva, že na testovanej vzorke fliakov sme identifikovali

rôzne úrovne myšlienkových procesov a iastkových riešenských stratégií, aj v súvislosti s prácou so softvérom, aj v súvislosti s prácou v matematickom prostredí Dvojranné váhy. Diagnostický nástroj je vhodný vtedy, ak skúma fliakov pod a daných kritérií, a to sme v práci ukázali. Z toho usudzujeme, že je vhodným prostriedkom na diagnostiku v didaktike matematiky. Na základe práce fliakov s počítačovou aplikáciou je možné diagnostikovať jeho poznatky a úrovne myšlienkových procesov. Prostredníctvom riešenia gradovanej série úloh pomocou počítačovej aplikácie je možné pomerne presne skúmať jednotlivé etapy budovania poznatkov a schém v jeho vedomí, a tým aj navrhnúť možnosti smerov al-jej edukácie daného fliaka.

Prínosom našej práce pre učiteľov je inšpirácia, možnosť využiť počítačové aplikácie pri využívaní matematiky, ale aj možnosť poznávať javy a procesy v hlave fliakov, a tým zvýšiť svoju profesionálnu kvalitu. Ukazujeme učiteľom, ktoré konkrétne javy a akým spôsobom môžu sledovať a následne ich analyzovať. Sme presvedčení, že kvalita vyučovania matematiky sa nemeria len výkonom fliakov v matematike, ale predovšetkým tým, aký vzťah si k matematike vytvoria. Preto dôležitou súčasťou práce učiteľa je snaha fliakom porozumieť. Táto snaha je ústná, ak je učiteľ schopný poznať svojich fliakov a ich spôsob myslenia, ak si kladie otázky: Ako fliak na toto prišiel, čo teraz robí, Ako to asi myslel, Prečo urobil chybu,... O aká máme, že takíto učitelia, ktorí namiesto dlhodobo presadzovanej orientácie na transmisívne využívanie hľadajú cesty ku konštruktivismu, nájdu v tejto práci silný nástroj na poznávanie fliakov.

Analýza myšlienkových procesov v hlave fliaka sa orientuje najmä na hľadanie kognitívnych a meta-kognitívnych fenoménov a ich hlbšie poznávanie. Takto sprostredkuje diagnostiku učiteľom, najmä ako ochotu a snahu porozumieť procesom, ktoré prebiehajú u fliakov. Pri práci s učiteľmi, ktorí testovanie absolvovali so fliakmi, sme sledovali ich reakcie, pýtali sme sa ich, či sú schopní popísať riešenské mechanizmy a myšlienkové procesy fliakov na základe ich pozorovania fliakov pri práci s aplikáciou. Podľa reakcií zúčastnených učiteľov sme zistili, že tiež považujú aplikáciu a možnosť nahrávania testu za silný diagnostický nástroj a pre seba možnosť spoznávať fliakov. Najsilnejšie reagovali na fenomény, ktoré sa týkali práce s počítačom a softvérom, bolo zrejme, že toto je pre učiteľov matematiky neprebádaný priestor. Učitelia matematiky sa často práce s počítačom šboja, preto s ňou nemajú skúsenosti a nevyužívajú jej potenciál. Zistili sme, že vďaka tejto počítačovej aplikácii a výskumu boli ochotní a schopní hlbšie sa zamyslieť nad tým, čo prebieha v hlavách fliakov a nad príčinami ich reakcií, chýb, atď. Upozornili nás na nieko ko

skutočností a javov, ktoré by sme si sami nevíimli a radili sme im, aby skúmali tieto možnosti alej. Taktieľ h adali možnosti aplikácie výsledkov testov do svojho vyu ovania matematiky, o tieľ hodnotíme vysoko pozitívne. V diagnostike preda ide o pedagogickú aplikáciu výskumom odhalených zákonitostí.

Výsledky ná-ħo výskumu môľu u itelia vyuffi aj bez náro ných nástrojov na zaznamenávanie testovania, ktoré sme my mali k dispozícii. Na základe ná-ħo testovania môľu pouffi po íta ové aplikácie z jednotlivých matematických prostredí a budú vedie , fle sa fiaci vlastným tempom postupu budú v gradovanej sérií úloh u i a kon-truova si nové poznatky. Pod a toho ako budú fiaci postupova , môľu u itelia od íta , i fiaci dokáľu porozumie zadaniu, úlohu uchopi , aké rie-íte ské stratégie zvolia.

Prínos výskumu pre Hejného metódu. Ke fle úzko spolupracujeme na vývoji Hejného metódy, v skupine autorov a tvorcov didaktických materiálov, máme priamy kontakt s tvorenými materiálmi a možnos aktívne zasahova do tvorby, aj získava spätnú väzbu na svoju prácu. Kolektív autorov podporuje digitalizáciu u ebných materiálov, aj vývoj po íta ových aplikácií, najmä tých, ktoré priamo vyuffívajú didaktické prostredia Hejného vyu ovacej metódy, ako je to aj v prípade ná-ħo výskumu a na-ħej práce. Okrem matematického prostredia je dôleffité aj dodrffľovanie didaktických zásad metódy, orientácia na fliaka, kon-truktivistické stratégie, rola u íte a, práca s chybou. Toto sme mali na mysli po celý as práce. Pravidelne sme konzultovali íastkové výsledky, aj problematické situácie s profesorom Hejným.

Prínos výskumu pre metódu proferosa Hejného vidíme v týchto oblastiach:

- Eduka ný potenciál, teda ktoré pojmy, vz ahy, procesy, situácie alebo argumentácie posil uje, alebo dokonca otvára.
- Diagnostický potenciál, teda o môľe u íte usúdi o matematických znalostiach a schopnostiach fliaka na základe jeho práce.
- Možnos vyuffi informácie, ktoré nám diagnostika priniesla, teda ktorým smerom daného fliaka alej orientova .
- Možnos danú aplikáciu modifikova , teda upraví tak, aby bola š-ítá na mieruõ konkrétnej skupine fliakov.
- Vyuffitie konkrétneho materiálu, po íta ových aplikácií, spôsobov práce s nimi, možností vyhodnocovania a diagnostiky pre konkrétnych u íte ov a ich prácu so fliakmi, aj na sebe.

V práci sme ilustrovali proces tvorby diagnostického nástroja zameraného na poznávanie kvality kognitívnej a meta-kognitívnej oblasti poznatkovej -truktúry fliaka. Od

uchopenia úlohy, vytvorenia si predstavy o tom, čo je dané, čo je požadované a ako na túto výzvu reagovať. Najdôležitejšie edukatívne momenty, ktoré sme pozorovali, sú vysoká motivácia, rýchle uchopenie situácie, dobrá práca agenta bdelosti, schopnosť uistiť sa na vlastných chybách a ich zvedomovaním. Vysokú diagnostickú hodnotu má hľadanie riešiteľskej stratégie najmä preto, keď daná séria úloh má niekedy rôznych stratégií riešenia. Podľa reakcie žiaka na chybu môžeme rozlíšovať prípad rezignácie, ktorý sme v našom testovaní v istej podobe nezaznamenali, žiadosť žiaka o pomoc pri lokalizácii chyby, o akávanie keď mu už ukážete správne riešenie a pokus o samostatné riešenie situácie a odstránenie chyby vlastnou snahou. Tým špeciálnu rolu v tejto sérii gradovaných úloh zohrala práca s počítačom a aplikáciou, ktorá umožnila niektoré kognitívne ale aj didaktické javy vidieť v inom svetle. Mala veľký vplyv ako na motiváciu, tak aj na voľbu a odhadovanie riešiteľských stratégií, aj na prácu s chybou. Počítač poskytoval akúsi formu komunikácie so žiakom a nám poskytol neoceniteľný spôsob autentického a podrobného záznamu testovania. Z týchto dôvodov je zviditeľné, že počítačové aplikácie majú svoje dôležité miesto vo využívaní matematiky Hejného metódou.

Nesporným prínosom pre Hejného metódu je jednoznačne lepší výsledok žiakov, ktorí sa v škole učia matematiku touto metódou oproti žiakom, ktorí sa v škole učia matematiku klasickou metódou. V našom výskume sme testovali polovicu respondentov zo školy, kde sa učia Hejného metódou a polovicu respondentov zo školy, kde sa neučia Hejného metódou, pričom sme zámerné a rovnomerne vyberali slabších, priemerných, aj výborných žiakov. Žiaci využívaní Hejného metódou pracovali s balíčkami (zátvorkami v algebraickom výraze) bez problémov, v prípade problémových situácií a chybných riešení si so situáciou poradili samostatne, dokázali posúdiť správnosť postupu, vo výrazne menšej miere sa obracali na prítomného učiteľa a s otázkami a o akávaním rady. Dvaja z týchto žiakov preukázali komplexný nadhľad nad matematickou situáciou, ktorú riešili, tým že ju dokázali pretransformovať do izomorfnej.

Prínos práce pre učiteľa matematiky. Učiteľ si postupným dozrievaním a získavaním skúseností vytvára svoju typológiu žiakov. Vytvára si ju z konkrétnych žiakov, ktorí sa pre ňo stanú typmi. Čím presnejšia a jemnejšia je typológia, tým lepšie žiakom rozumie. Deti cítia, že im učiteľ rozumie a chodia za ním so svojimi problémami (nielen matematickými). Toto je naša mnohoročná osobná skúsenosť, a preto sme presvedčení o tom, že správna cesta vzdelávania učiteľa je taká, ktorá zvyšuje potrebu rozumieť žiakom. Stanovili sme si cieľ viesť učiteľa k diagnostike žiakov pomocou ponúkaných nástrojov,

u i sa porozumie poznávacím procesom fliakov, u i sa otvára svet fliackej psychiky a zvy-ova potrebu im porozumie .

V kařdom u ení zohrávajú významnú rolu príbehy. Prijímajú sa ah-ie ako teória. Budeme radi, ak pre niektorých u íte ov bude táto práca príbehom, ktorí ich in-piruje otvori svet fliackej psychiky a -truktúry ich poznávacieho procesu.

Použitá literatúra

- Bachratá, K., Bachratý, H.: Computer as a tool for changing attitudes towards mathematics [Poíta ako nástroj na zmenu postojov k matematike], ICETA 2012, 10th IEEE international conference on emerging eLearning technologies and applications, Slovakia. ISBN 978-1-4673-5123-2, s. 21-25
- Bachratá, K., Bachratý, H.: Budovanie matematických predstáv pomocou manipulácií, In: Učiteľ matematiky. - ISSN 1210-9037. - Ročník 21, číslo 2 (86) (2013), s. 65-75
- Bálint, J.: Učebné osnovy MATEMATIKA pre 5. a 9. ročník ZŠ, MŠSR, 1997
- Európsky referenčný rámec: Kľúčové kompetencie pre celoživotné vzdelávanie, Brusel, 2005, SEC (2005) 957
- Geary, David C.: Children's mathematical development: research and practical applications. 1st ed. Washington, DC: American Psychological Association, 1996, xv, 327 p. ISBN 15-5798258-9.
- Gerrig, R.J.: Text comprehension. In *The psychology of human thought* (Eds.) R. J. Sternberg, E. E. Smith, Cambridge University Press, Cambridge 1991, p. 244-245
- Hanová, M., Lukáš, S., Sekerák, J., Semanišinová, I.: Active learning in mathematics using ICT, ICETA 2010, 8th IEEE international conference on emerging eLearning technologies and applications, Slovakia. ISBN 978-1-4673-5123-2 ISBN 978-80-8086-166-7
- Hartl, P., Hartlová, H.: Psychologický slovník, Portál, 2000
- Hejný, M. a kol.: Teória vyučovania matematiky 2, SPN, 1990
- Hejný, M., Kušina, F.: Konstruktivní přístupy k vyučování matematice, MFI, 1998
- Hejný, M., Stehlíková, N.: Číselné představy dětí, Praha, PdF UK, 1999
- Hejný, M., Kušina, F.: Dítě, škola a matematika, Portál Praha, 2001
- Hejný, M., Novotná, J., Stehlíková, N.: Dvacet kapitol z didaktiky matematiky, PdF UK Praha, 2004
- Hejný, M.: Schéma opíjí matematické znalosti, LTMPythagoras, zborník príspevkov, 2007
- Hejný, M., Jirotková, D., Slezáková, J., Bomerová, E., Michnová, J.: MATEMATIKA 1.-5., učebnice pro základní školy, Fraus, 2007-2011
- Hejný, M., Michalcová, A.: Skúmanie matematického riešiteľského postupu. Metodické centrum Tomášikova 4, Bratislava, 2001
- Hejný, M.: Vyučování matematice orientované na budování schémat: Aritmetika 1.stupně, Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, Praha, 2014

- Hejný, V., kolektiv autorov: Archív Víta Hejného I., EDIS filina, 2012
- Hendl, J.: Kvalitativní výzkum. Základní metody a aplikace. Praha: Portál, 2005.
- Kalaš, I.: o ponúkajú informačné a komunikačné technológie iným predmetom (1. časť), zborník príspevkov 1. celoštátnej konferencie Infovek 2000, str. 71 a 82, ISBN 80-7098-265-5
- Korňáková, P.: PISA 2003 SK a Národná správa, Ústredný pedagogický ústav, 2004
- Korňáková, P., Kováčová, J.: PISA 2006 Slovensko a Národná správa, Ústredný pedagogický ústav, 2007
- Korňáková, P., Kováčová, J., Heldová, D.: PISA 2009 Slovensko a Národná správa, Ústredný pedagogický ústav, 2010
- Kučina, F.: Problémy matematického vzdelávania, In Beňová, M. (eds.) Sborník materiálov konferencie O škole a vzdelávaní, Praha : MATFYZPRESS, 2007
- Laborde, C.: The Use of New Technologies as a Vehicle for Restructuring Teachers' Mathematics, Making Sense of Mathematics Teacher Education, 2001
- Lim, C. P.: Effective integration of ICT in Singapore schools: pedagogical and policy implications, Educational Technology Research and Development, 2007
- Maňák, J., Těpec, V. Cesty pedagogického výzkumu. Pedagogický výzkum v teorii a praxi. Brno: Paido, 2004
- Mareš, J.: Styly učení, Portál Praha, 1998
- Palešková, J., Tománek, V.: Učení pro zítřek, Praha, TAURIS, 2005
- Piaget, J., Inhelderová, B.: Psychologie dítěte, SPN, 1970
- Pólya, George: How to solve it: a new aspect of mathematical method. Expanded Princeton Science Library ed. Princeton [N.J.]: Princeton University Press, 1971, xxvii, 253 p. ISBN 06911-1966-X
- Prensky, M., R.: Teaching Digital Natives: Partnering for Real Learning, Corwin, 2010
- Skutil, Martin: Základy pedagogicko-psychologického výzkumu pro studenty učitelství / Martin Skutil a kol. a Vyd. 1. a Praha : Portál, 2011
- Skutil, M., Křiváková, B.: Diplomová práce a empirický výzkum pedagogických jevů, Hradec Králové: Gaudeamus, 2006
- Švařípek, R., Těplová, K. a kol.: Kvalitativní výzkum v pedagogických vědách. Praha: Portál, 2007
- Tay, L.Y., Lim, S.K., Lim, C.P. & Koh, J.H.L.: Pedagogical approaches for ICT integration into primary school English and Mathematics: A Singapore case study. Australasia Journal of Educational Technology, 2012, 28(4), 740-754

Publikované práce súvisiace s problematikou

- Mô ovská, D.: Záhada úse ky, Matematická rozprávka, Hejného metóda lásky k matematike, Sta í ma deti rád, Dobrá –kola, 2013, 2014
- Mô ovská, D., Borovanský, P., Kamrlová, B.: The On-line Support for Mathematics Teaching based on Hejný Pedagogical Approach, ICETA 2012, 10th IEEE international conference on emerging eLearning technologies and applications, Slovakia. ISBN 978-1-4673-5123-2
- Mô ovská, D., Bachratá, K.: Vyuffitie po íta ov na sledovanie rie–íte ských stratégií fliakov, 45. konferencia slovenských matematikov, sekcia JSMF, 2013
- Mô ovská, D.: Softvérová podpora vyu ovania matematiky na základnej –kole, U ítel matematiky, 2015
- Mô ovská, D.: Zborník príspevkov z konferencie Dva dni s didaktikou matematiky, FMFI Ba, 2016

Vystúpenia na konferenciách súvisiace s problematikou

- Mô ovská, D.: íastkové výsledky doktorandskej práce, Doktorandská –kola PedF KU Praha, Zlenice, 2013
- Mô ovská, D.: Letná –kola pre u íte ov Pytagoras, Hronec, 2013
- Mô ovská, D.: Konferencia U íme pre flivot, Poprad, 2014
- Mô ovská, D.: Konferencia Cesty k Dobrej –kole, Bratislava, 2014
- Mô ovská, D.: Roadshow Moderný u íte , 2015
- Mô ovská, D.: Konferencia Cesty k Dobrej –kole, Nová Dubnica, 2016
- Mô ovská, D., Haláková Rastislava: Dva dni s didaktikou matematiky, Bratislava, 2016