

**Vedecká rada Fakulty matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského v Bratislave**

Mgr. Ladislav Kómar

Autoreferát dizertačnej práce

Interplanetary Dust Particle Dynamics
(Dynamika medziplanetárnych prachových častíc)

na získanie vedecko-akademickej hodnosti
philosophiae doctor
v odbore doktorandského štúdia
4.1.7.-8. astronómia a astrofyzika

Bratislava 2010

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Oddelení astronómie a astrofyziky Katedry astronómie fyziky Zeme a meteorology, Fakulty matematiky fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

Predkladateľ: Mgr. Ladislav Kómar
KAFZM FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava

Školiteľ: doc. RNDr. Jozef Klačka, PhD.
KAFZM FMFI UK
Mlynská dolina F2 206
842 48 Bratislava

Oponenti: Prof. Dr. Rudolf Dvorak
Institute for Astronomy
University of Vienna
Türkenschanzstrasse 17
A-1180 Vienna, Austria

Nina Solovaya, DrSc.
Astronomický ústav SAV
Dúbravská cesta 9
845 04 Bratislava

Prof. RNDr. Peter Prešnajder, DrSc.
KTFDF FMFI UK
Mlynská dolina
842 48 Bratislava

Obhajoba dizertačnej práce sa koná2010.. o hod pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia vymenovanou predsedom spoločnej odborovej komisie doc. RNDr. Jozefom Klačkom, PhD.

v odbore 4.1.7.-8. astronómia a astrofyzika

na: FMFI UK, miestnosť:

Obsah

1	Úvod	2
2	Ciele dizertačnej práce	2
3	Prehľad súčasného stavu výskumu	3
3.1	Sily pôsobiace na prachové častice	3
3.1.1	Gravitačné sily	3
3.1.2	Tlaková sila od elektromagnetického žiarenia	4
3.1.3	Slnečný vietor	6
3.1.4	Zrážky s neutrálnym medzihviezdny m plynom	6
3.2	Rezonancie stredného pohybu	7
4	Niektoré výsledky	8
4.1	Pohybová rovnica	8
4.2	Sekulárny vývoj excentricity v rezonancii	9
4.3	Orbitálny vývoj častice v blízkosti rezonancií s planétou	10
4.4	Vplyv slnečného vetra	12
4.5	Vplyv neutrálného medzihviezdneho plynu	14
4.6	Doba špirálovania častíc v Edgeworthovom - Kuiperovom páse	14
	Referencie	18

1 Úvod

Pohyb kozmických prachových častíc je v súčasnosti skúmaný v súvislosti s pohybom medzihviezdnej hmoty v Galaxii, v okolí vznikajúcich hviezd, pohybom medziplanetárnej hmoty, napr. aj pohybom prachu v okolí komét, asteroidov a v prstencoch planét. S myšlienkou o existencii oblaku medziplanetárnych prachových častíc v okolí Slnka v blízkosti ekliptiky prvýkrát prišiel taliansky astronóm Cassini ešte v roku 1683. Cassini vysvetlil podstatu zodiakálneho svetla ako rozptyl slnečného svetla na prachových časticiach. Dnes už pomerne dobre poznáme chemické zloženie a fyzikálne vlastnosti týchto častíc aj vďaka kozmickej sonde Star Dust.

Práca sa zaoberá vplyvom gravitačných a negravitačných síl na pohyb kozmických prachových častíc s rozmermi niekoľko mikrometrov až po sto mikrometrov.

Kapitoly 2 - 5 mojej dizertačnej práce sa sústreďujú na popis gravitačných a negravitačných síl, ktoré môžu vplyvať na pohyb prachových častíc. V kapitole 6 je analyticky odvodený sekulárny vývoj orbitálnych elementov pre negravitačné efekty popísané v predošlých kapitolách. Kapitola 7 sa venuje rezonancii stredného pohybu prachovej častice s planétou. Kapitola 8 obsahuje najdôležitejšie výsledky získané numerickým riešením pohybovej rovnice s uvažovaním spomínaných negravitačných efektov.

2 Ciele dizertačnej práce

V rámci dizertačnej práce som si stanovil nasledovné ciele:

- Odvodiť sekulárny vývoj orbitálnych elementov prachovej častice, ktorej pohyb ovplyvňuje Poyntingov - Robertsonov efekt, efekt slnečného vetra a efekt medziplanetárneho neutrálneho vodíka.
- Vytvoriť počítačový program na numerické riešenie pohybových rovníc s uvažovaním rôznych negravitačných efektov.
- Skúmať orbitálny vývoj prachovej častice v rezonancii stredného pohybu s planétou.
- Študovať orbitálny vývoj častice pod vplyvom reálneho slnečného vetra. Uvažujeme aj neradiálnu zložku rýchlosti slnečného vetra a tiež premennosť slnečného vetra so slnečným cyklom.

- Skúmať vplyv neutrálneho medzihviezdného vodíkového plynu na pohyb prachovej častice.

3 Prehľad súčasného stavu výskumu

3.1 Sily pôsobiace na prachové častice

Na pohyb kozmických prachových častíc v medziplanetárnom priestore, väčších ako desatiny mikrometra, pôsobí ako dominantná sila gravitačná sila od centrálného telesa, t.j. od Slnka. Okrem nej na časticu pôsobia aj iné gravitačné a negravitačné sily. Na časticu s veľkosťou od desiatín mikrometra do stoviek mikrometrov pôsobia nezanedbateľne nasledujúce sily:

1. gravitačné sily,
2. elektromagnetické žiarenie,
3. slnečný vietor (radiálna aj neradiálna zložka),
4. Lorentzova sila (dôležité pre submikrónové častice),
5. zrážky medzi časticami (dôležité pri polomeroch nad $\approx 100 \mu\text{m}$),
6. zrážky s neutrálnym medzihviezdnym plynom.

V práci uvažíme aj zmenu hmotnosti častice, ale nebudeme uvažovať zmenu jej optických vlastností závisiacich na vzdialenosti od zdroja žiarenia.

3.1.1 Gravitačné sily

Gravitačná sila od centrálného telesa (Slnka) a ďalších N planét udelí prachovej častici zrýchlenie vo vzťažnej sústave centrálného telesa

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{GM_{\odot}}{|\vec{r}|^3}\vec{r} + \sum_{i=1}^N \frac{Gm_i}{|\vec{r}_i - \vec{r}|^3}(\vec{r}_i - \vec{r}) - \sum_{i=1}^N \frac{Gm_i}{|\vec{r}_i|^3}\vec{r}_i, \quad (1)$$

kde G je gravitačná konštanta, \vec{r} je polohový vektor častice vzhľadom na centrálnne teleso (Slnko), \vec{r}_i je polohový vektor i -tej planéty vzhľadom na centrálnne teleso a predpokladáme, že hmotnosť častice je zanedbateľná v porovnaní s hmotnosťou centrálného telesa (Slnka) M_{\odot} a hmotnosťou i -tej planéty m_i . Posledný súčet N členov v rovnici (1) súvisí s neinerciálnosťou vzťažnej sústavy spojenjej s centrálnym telesom.

3.1.2 Tlaková sila od elektromagnetického žiarenia

Fotón dopadajúci na ľubovoľne tvarovanú prachovú časticu sa môže absorbovať alebo rozptýliť. Uvažujme súradnú sústavu, v ktorej je prachová častica v pokoji: čiarkované veličiny sa budú vzťahovať na lokálnu inerciálnu sústavu, t.j. na takú, v ktorej je skúmaná prachová častica v pokoji. Na časticu dopadá elektromagnetické žiarenie zo Slnka v podobe rovnobežných lúčov. Časť hybnosti toku dopadajúcich fotónov úmerná účinnému prierezu C'_{ext} (extinkcia) sa stráca v interakcii s časticou. Z toho je časť úmerná C'_{abs} absorbovaná časticou a následne z nej vyžiarená v podobe tepelného žiarenia. Časť úmerná $C'_{sca} = C'_{ext} - C'_{abs}$ je rozptýlená. Žiarenie tak na časticu pôsobí v jej pokojovej sústave silou

$$\frac{d\vec{p}'}{dt'} = \frac{1}{c} S' \left[C'_{ext} \vec{e}'_1 - C'_{sca} \oint p'(\theta', \phi') \vec{K}' d\Omega' \right] + \vec{F}'_e(T'), \quad (2)$$

kde c je rýchlosť svetla, S' je hustota toku dopadajúceho žiarenia, \vec{e}'_1 je jednotkový vektor zhodný so smerom dopadajúceho žiarenia, $p'(\theta', \phi')$ je fázová funkcia, ktorá charakterizuje smerové rozdelenie hustoty toku rozptýleného žiarenia do priestorového uhla $d\Omega' = \sin\theta' d\theta' d\phi'$. \vec{K}' je jednotkový vektor vo zvolenej ortonormovanej báze určený vzťahom

$$\vec{K}' = \cos\theta' \vec{e}'_1 + \sin\theta' \cos\phi' \vec{e}'_2 + \sin\theta' \sin\phi' \vec{e}'_3. \quad (3)$$

$\vec{F}'_e(T')$ vyjadruje silu, ktorou na časticu s absolútnou teplotou T' pôsobí z nej emitované žiarenie (Mishchenko a kol., 2002). Zavedieme bezrozmerné koeficienty účinnosti $Q'_x = C'_x/A'$, kde A' je geometrický prierez gule s objemom rovným objemu častice. Súčasne platí zákon zachovania energie, t.j. energia prichádzajúceho žiarenia (za jednotku času) sa rovná energii odchádzajúceho žiarenia (za jednotku času) po interakcii s časticou, vo vlastnej sústave častice. Potom môžeme písať

$$\frac{d\vec{p}'}{d\tau} = \sum_{j=1}^3 \left(\frac{S' A'}{c} Q'_j + F'_{ej} \right) \vec{e}'_j, \quad \frac{dE'}{d\tau} = 0, \quad (4)$$

kde $\tau = t'$ je vlastný čas a Q'_j sú bezrozmerné koeficienty účinnosti tlaku žiarenia, ktoré zodpovedajú príslušným zložkám \vec{e}'_j . Platí: $\vec{F}'_e(T') = \sum_{j=1}^3 F'_{ej} \vec{e}'_j$. Rovnice zapíšeme v kovariantnom tvare (Klačka, 2004, 2008)

$$\frac{dp^\mu}{d\tau} = \sum_{j=1}^3 \left(Q'_j \frac{w_1^2 S A'}{c^2} + \frac{1}{c} F'_{ej} \right) (cb_j^\mu - u^\mu), \quad (5)$$

kde $p^\mu = mu^\mu$ je štvorhybnosť častice s hmotnosťou m a štvorrýchlosťou $u^\mu = (\gamma c, \gamma \vec{v})$, pričom $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ je Lorentzov faktor. Štvorvektory b_j^μ sú dané vzťahmi

$$b_j^\mu = \left(\frac{1}{w_j}, \frac{\vec{e}_j}{w_j} \right), \quad w_j = \gamma \left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_j}{c} \right). \quad (6)$$

S je hustota toku žiarenia v stacionárnej sústave zdroja žiarenia. Rovnicu (5) je ešte potrebné vystredovať cez frekvenčné spektrum dopadajúceho žiarenia. Koeficienty Q'_j nahradíme koeficientami \bar{Q}'_j , $j = 1, 2, 3$ stredovanými cez spektrum vlnových dĺžok dopadajúceho žiarenia.

Poyntingov-Robertsonov efekt

Špeciálnym prípadom pohybovej rovnice (5) je Poyntingov-Robertsonov efekt (Poynting, 1904; Robertson, 1937; Klačka, 1992, 2008). Zodpovedá tlakovej sile elektromagnetického žiarenia na sférickú časticu. Pri Poyntingovom-Robertsonovom efekte (P-R efekte) platí $\bar{Q}'_2 = \bar{Q}'_3 = F'_{e1} = F'_{e2} = F'_{e3} = 0$. Po dosadení do rovnice (5) a rozvinutí priestorovej zložky do prvého rádu \vec{v}/c dostaneme zrýchlenie udelené častici

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{GM_\odot}{r^2} \beta \left[\left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_R}{c} \right) \vec{e}_R - \frac{\vec{v}}{c} \right], \quad (7)$$

kde r je vzdialenosť častice od stredu Slnka a \vec{e}_R je jednotkový radiálny vektor smerujúci od zdroja žiarenia k častici (zhodný so smerom \vec{e}_1). Bezrozmerný parameter β je daný vzťahom

$$\beta = \frac{r^2 SA'}{GM_\odot mc} \bar{Q}'_1 = \frac{L_S A'}{4\pi GM_\odot mc} \bar{Q}'_1 = 5,71 \cdot 10^{-4} \frac{\bar{Q}'_1}{s[m]\rho[kg \cdot m^{-3}]}. \quad (8)$$

L_S je luminozita Slnka, $A' = \pi s^2$ je geometrický prierez sféry s polomerom s a ρ je hustota častice. Parameter β vyjadruje pomer medzi tlakovou silou žiarenia a gravitačnou silou pôsobiacou na časticu. Členy s rýchlosťami vo vzťahu (7) spôsobujú pokles energie častice. V dôsledku toho dochádza v gravitačnom poli Slnka k sekulárnemu poklesu veľkej polosi a excentricity orbity častice a teda aj k nárastu rýchlosti častice vzhľadom na Slnko. Posledné tvrdenie možno ľahko pochopiť využitím viriálovej vety: $\langle T \rangle = - (1/2) \langle U \rangle$, $E = T + U$, $E = + (1/2) \langle U \rangle$ alebo $E = - \langle T \rangle$; celková energia E je súčtom kinetickej energie T a potenciálnej energie U .

3.1.3 Slnečný vietor

Slnečný vietor tvoria trvalo unikajúce častice zo Slnka (protóny, héliové jadrá, ...) a ich vplyv na kozmické prachové častice nami uvažovaných rozmerov nie je zanedbateľný. Vlastnosti slnečného vetra sú premenlivé a závisia na vzdialenosti od Slnka a na slnečnej aktivite. Rýchlosť častíc slnečného vetra je v rozmedzí približne 100 km.s^{-1} až 1000 km.s^{-1} . Štandardne sa slnečný vietor delí na pomalú zložku a rýchlu zložku (napr. Stix 2002). Pri pohybe medziplanetárnych prachových častíc sa štandardne uvažuje rýchlosť slnečného vetra $u = 400 \text{ km.s}^{-1}$ (Gustafson, 1994). V nasledujúcich úvahách budeme predpokladať aj existenciu neradiálnej komponenty vektora rýchlosti slnečného vetra. Zrýchlenie, ktoré slnečný vietor (aj s jeho neradiálnou zložkou) udeľuje prachovej častici, môžeme písať v tvare

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}}{dt} = & \frac{\eta}{Q_1} \frac{\mu}{r^2} \frac{u}{c} \beta \left\{ \left(1 - 2\frac{v_R}{u} - \gamma_T \frac{v_T}{u} \right) \vec{e}_R + \left[\gamma_T \left(1 - \frac{v_R}{u} \right) - \frac{v_T}{u} \right] \vec{e}_T + \right. \\ & \left. + \left(\frac{v_R}{u} \right) \frac{\vec{v}}{u} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\vec{v}}{u} \right)^2 - \left(\frac{v_R}{u} \right)^2 \right] \vec{e}_T \right\} , \end{aligned} \quad (9)$$

kde $v_R = \vec{v} \cdot \vec{e}_R$ je radiálna zložka rýchlosti častice a v_T je transversálna zložka rýchlosti častice, $\gamma_T = \sin \varepsilon$, kde ε je uhol medzi skutočným smerom vektora rýchlosti slnečného vetra a radiálnym smerom (Klačka, 1994; 2004), u je rýchlosť častíc slnečného vetra, $\mu = GM_\odot$ a číselný koeficient $\eta = 1/3$. Vo všeobecnosti pripúšťame, že aj hmotnosť prachovej častice sa môže meniť v dôsledku pôsobenia slnečného vetra.

V literatúre sa pre uhol ε udávajú hodnoty $1, 5^\circ$ až $3, 0^\circ$ (napr. Svalgaard, 1977). Pozorovania poukazujú na to, že hodnota uhla ε sa v prvom priblížení nemení s heliocentrickou vzdialenosťou (Bruno a kol., 2003). Pozorovania vedú k hodnotám uhla ε nachádzajúcim sa v intervale $2, 3^\circ$ až $2, 9^\circ$.

3.1.4 Zrážky s neutrálnym medzihviezdny plynom

Neutrálny medzihviezdny plyn preniká do heliosféry v dôsledku relatívneho pohybu Slnka vzhľadom na medzihviezdne prostredie. Tento plyn vyvoláva silu, ktorá pôsobí na prachové častice. Príčinou sily, ktorú neutrálny plyn vyvoláva, je prenos hybnosti nárazom častice neutrálneho plynu (predovšetkým neutrálneho atómu vodíka) na povrch prachovej častice. Pre zrýchlenie, ktoré udeľí neutrálny plyn sférickej prachovej častici, môžeme písať (Scherer, 2000)

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\gamma_{HC D} |\vec{v} - \vec{v}_H| (\vec{v} - \vec{v}_H) , \quad (10)$$

kde \vec{v}_H je rýchlosť neutrálneho plynu, \vec{v} je rýchlosť častice, c_D je koeficient odporu a γ_H je parameter zrážky, ktorý je daný vzťahom

$$\gamma_H = n_H \frac{m_H}{m} A, \quad (11)$$

kde m_H je hmotnosť atómu neutrálneho plynu, n_H je koncentrácia neutrálnych atómov, $A = \pi s^2$ je geometrický prierez prachovej častice s polomerom s a hmotnosťou m . Koeficient odporu vyjadríme vzťahom

$$c_D = \frac{\xi}{M} \left[\left(1 + \frac{1}{2M^2}\right) \frac{e^{-M^2}}{\sqrt{\pi}} + M \left(1 + \frac{1}{M^2} - \frac{1}{4M^4}\right) \operatorname{erf}(M) \right], \quad (12)$$

kde M je Machovo číslo dané výrazom $M = |\vec{v} - \vec{v}_H| / \sqrt{2kT_H/m_H}$, (k je Boltzmannova konštanta a T_H je teplota medzihviezdneho prostredia), ξ je faktor adsorbcie, ktorý charakterizuje typ zrážky. Pre $\xi = 1$ nastane odraz atómu plynu od častice, pre $\xi > 1$ nastáva pohltenie; štandardne sa uvažuje hodnota $\xi = 2$ (Scherer, 2000) a $\operatorname{erf}(M)$ vo vzťahu (12) je error function (funkcia chýb) definovaná vzťahom: $\operatorname{erf}(M) = (2/\sqrt{\pi}) \int_0^M \exp(-t^2) dt$.

Na rozdiel od slnečného vetra, ktorý má aj neradiálnu zložku, pôsobí táto sila len v jednom smere. Vo vzdialenostiach väčších ako 20 AU od Slnka je už hustota neutrálneho plynu porovnateľná alebo väčšia ako hustota častíc slnečného vetra (Kausch a Fahr, 1997). Neutrálny medzihviezdny plyn môže viesť ku stabilizácii orbity prachovej častice v oblasti Edgeworthovho - Kuiperovho pásu.

3.2 Rezonancie stredného pohybu

V nasledujúcej kapitole budeme uvažovať kruhový ohraničený problém troch telies, t.j. planéta sa pohybuje okolo Slnka po kruhovej orbite, pričom tretie teleso (prachová častica) gravitačne neovplyvňuje pohyb Slnka ani planéty. V ďalšom texte sa budú veličiny s indexom P vzťahovať na planétu a veličiny bez indexu na prachovú časticu. Rezonancie stredného pohybu rozlišujeme vonkajšie a vnútorné. Vonkajšie rezonancie sú charakterizované vzťahom $n_P/n = (j+r)/j$ a pre vnútorné rezonancie platí $n_P/n = j/(j+r)$, kde n a n_P sú stredné pohyby, j a r sú prirodzené čísla, pričom j a $(j+r)$ sú nesúdeliteľné prirodzené čísla a r je rád rezonancie. Ak vzťahy pre vonkajšiu a vnútornú rezonanciu prepíšeme pomocou obežných dôb T a T_P , dostávame $T/T_P = (j+r)/j$ pre vonkajšie rezonancie a $T/T_P = j/(j+r)$ pre vnútorné rezonancie. Pri pohybe telesa v rezonancii stredného pohybu s planétou je sekulárny vývoj jeho veľkej polosi konštantný.

Ak centrálné keplerovské zrýchlenie obsahuje okrem gravitácie Slnka aj dominantný člen od slnečného elektromagnetického žiarenia, potom veľkú

polos prachovej častice v rezonancii stredného pohybu s planétou odvodíme z 3. Keplerovho zákona

$$\begin{aligned} a^3 n^2 &= G M_\odot (1 - \beta) , \\ a_P^3 n_P^2 &= G (M_\odot + m_P) , \end{aligned} \quad (13)$$

kde a a a_P sú veľké polos častice a planéty. Z rovníc (13) vyplýva

$$a = (1 - \beta)^{1/3} \left(\frac{n_P}{n} \right)^{2/3} \left(1 + \frac{m_P}{M_\odot} \right)^{-1/3} a_P . \quad (14)$$

Na základe definície rezonancií stredného pohybu a rovnice (14) môžeme písať

$$a = (1 - \beta)^{1/3} \left(\frac{j+r}{j} \right)^{2/3} \left(1 + \frac{m_P}{M_\odot} \right)^{-1/3} a_P . \quad (15)$$

Analogicky by sme odvodili vzťah pre veľkú polos častice vo vnútornej rezonancii.

Orbitálny vývoj prachových častíc v blízkosti rezonancií stredného pohybu s planétami je intenzívne študovaný najmä v uplynulých dvadsiatich rokoch v prácach: Jackson a Zook (1989), Šidlichovský a Nesvorný (1994), Beaugé a Ferraz-Mello (1994), Marzari a Vanzani (1994), Liou a Zook (1995). Pozorovania, potvrdzujúce existenciu prachového disku v okolí Slnka sú prezentované v prácach: Brownlee (1994), Dermott a kol. (1994), Reach a kol. (1995).

4 Niektoré výsledky

4.1 Pohybová rovnica

Pohyb sférickej prachovej častice popíšeme pohybovou rovnicou, ktorá vznikne superpozíciou rovníc (1), (7), (9) a (10):

$$\begin{aligned} \frac{d \vec{v}}{d t} &= - \frac{\mu(1-\beta)}{r^2} \vec{e}_R - \beta \left(1 + \frac{\eta}{\bar{Q}'_{pr}} \right) \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_R}{c} \vec{e}_R + \frac{\vec{v}}{c} \right) + \\ &+ \beta \frac{\eta}{\bar{Q}'_{pr}} \frac{\mu}{r^2} \left\{ - \gamma_T \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_T}{c} \vec{e}_R + \gamma_T \left(\frac{u}{c} - \frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_R}{c} \right) \vec{e}_T + \right. \\ &+ \left. \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{e}_R}{c} \right) \frac{\vec{v}}{u} + \frac{1}{2} \frac{(\vec{v} \cdot \vec{e}_T)^2}{c u} \vec{e}_T \right\} - \\ &- \mu \frac{m_P}{M_\odot} \left\{ \frac{\vec{r} - \vec{r}_P}{|\vec{r} - \vec{r}_P|^3} + \frac{\vec{r}_P}{|\vec{r}_P|^3} \right\} - \\ &- \gamma_{HC D} |\vec{v} - \vec{v}_H| (\vec{v} - \vec{v}_H) , \end{aligned} \quad (16)$$

kde $\mu = GM_{\odot}$ a parameter \bar{Q}'_1 označíme \bar{Q}'_{pr} . Tohto označenia sa budeme držať v celom nasledujúcom texte. Premennosť slnečného vetra so slnečným cyklom môžeme vyjadriť

$$\begin{aligned}\eta &= \eta_0 (1 - \delta \cos \varphi)^2 , \\ u &= u_0 (1 - \delta \cos \varphi) , \\ \varphi &= 2\pi \frac{t - t_{retard} - t(max)}{T} , \\ \delta &= 0.15 , \\ T &= 11.1 \text{ years} .\end{aligned}\tag{17}$$

Z práce Hundhausen (1997) dostávame hodnoty $u_0 = 450 \text{ km.s}^{-1}$, $\eta_0 = 0.38$. Člen t_{max} vyjadruje okamih slnečného maxima. Člen t_{retard} v rovnici (17) predstavuje iba nepatrnú korekciu vo vyjadrení premennosti slnečného vetra. Vzťah (17) a hodnoty u_0 a η_0 boli použité pri porovnaní vplyvu konštantného a časovo premenného slnečného vetra na medziplanetárnu prachovú časticu.

Numerickým riešením pohybovej rovnice s uvážením gravitácie od Slnka a od planéty, vplyvu slnečného elektromagnetického žiarenia (jeho špeciálneho prípadu Poyntingovho-Robertsonovho efektu), vplyvu slnečného vetra aj s neradiálnou zložkou rýchlosti a vplyvu neutrálneho medzihviezdneho plynu sme získali orbitálne vývoje prachových častíc pre skúmané problémy.

4.2 Sekulárny vývoj excentricity v rezonancii

Pôsobenie len gravitačných síl vedie pri kruhovom ohraničenom probléme k pohybovému invariantu pre tretie teleso (prachovú časticu) známeho ako Tisserandov invariant. V našom prípade

$$C_T = \frac{1 - \beta}{a} + 2 \sqrt{\frac{(1 - \beta) a (1 - e^2)}{a_P^3}} \cos I ,\tag{18}$$

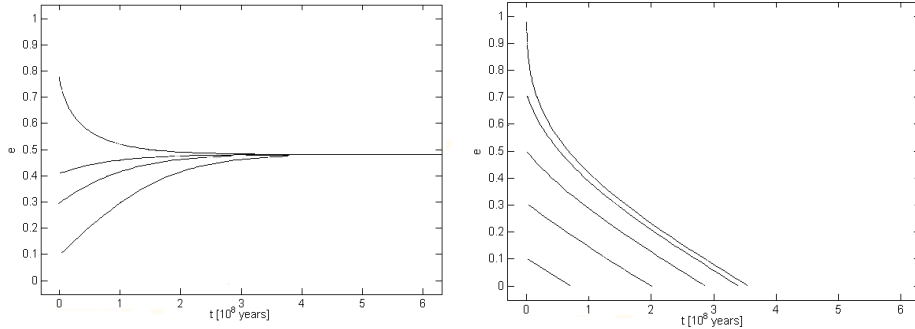
kde I je sklon roviny orbity častice k rovine orbity planéty, β je bezrozmerný parameter daný vzťahom (8), a je veľká polos orbity častice, e je jej excentricita, a_P je veľká polos planéty, s ktorou je častica v rezonancii. Predpokladajme, že rovina orbity planéty je zhodná s rovinou slnečného rovníka. Budeme uvažovať $I = 0$. Navyiac budeme v kapitolkách 4.2 a 4.3 uvažovať aj konštantné η a u (v opačnom prípade sa sekulárny vývoj nedá nájsť analytickým spôsobom). Využitím úvahy z práce (Liou a Zook, 1997) a pomocou rovníc nebeskej mechaniky dostávame pre sekulárny vývoj excentricity v rezonancii s planétou vzťah

$$\begin{aligned}
\frac{de}{dt} &= \beta \frac{\mu}{c} \frac{(1-e^2)^{1/2}}{a^2 e} (X + Y) , \\
X &= \left[1 + \frac{\eta}{\bar{Q}'_{pr}} (1-Z) \right] \times \left\{ 1 - \frac{(1+3e^2/2) \sqrt{1-\beta}}{(a/a_P)^{3/2} (1-e^2)^{3/2}} \right\} , \\
Y &= \gamma_T \frac{\eta}{\bar{Q}'_{pr}} \frac{u}{\sqrt{\mu(1-\beta)/a}} \times \left\{ \frac{\sqrt{1-\beta}}{(a/a_P)^{3/2} (1-e^2)} - 1 \right\} , \\
Z &\equiv \sqrt{\frac{\mu(1-\beta)}{a(1-e^2)}} \frac{1}{2u} . \tag{19}
\end{aligned}$$

Pre $\gamma_T \neq 0$ môžeme z rovnice (19) ľahko nájsť kvalitatívne chovanie častice. Ak je počiatočná sekulárna excentricita dostatočne malá, potom výraz de/dt je vždy kladný a excentricita častice vo vonkajšej rezonancii je rastúcou funkciou času. Excentricita sa môže len asymptoticky blížiť k limitnej hodnote e_{lim} , ktorá je daná podmienkou, že výraz v krútenej zátvorke je rovný 0, teda vzťahom $n_P/n = (1 + 3e_{lim}^2/2)/(1 - e_{lim}^2)^{3/2}$ (hodnota výrazu $(1 + m_P/M_\odot)^{1/2}$ je pre planéty slnečnej sústavy približne rovná 1, takže ho môžeme zanedbať). Ak je počiatočná excentricita častice dostatočne veľká, potom výraz de/dt je pre vonkajšie rezonancie stále záporný a excentricita častice v rezonancii je klesajúcou funkciou času a asymptoticky sa blíži k limitnej hodnote e_{lim} . Pri vnútorných rezonanciách je excentricita častice vždy klesajúcou funkciou času. Numerické riešenie rovnice (19) je znázornené na obrázku 1. Skúmali sme rezonanciu 2:1 s planétou Neptún. Uvažovali sme hodnoty vstupných parametrov $\beta = 0,01$, $\eta/\bar{Q}'_{pr} = 2/3$ pre dve rôzne hodnoty uhla ε . V oboch prípadoch je zobrazený vývoj pre niekoľko počiatočných excentricít. Štandardne uvažovaný priebeh poskytuje obrázok vľavo pre uhol $\varepsilon = 0^\circ$ (existuje iba radiálna zložka slnečného vetra). Obrázok vpravo pre uhol $\varepsilon = 2,5^\circ$ vykazuje kvalitatívne odlišné chovanie. Takéto kvalitatívne nové chovanie ukazuje, že excentricita orbity častice v rezonancii je len klesajúcou funkciou času. Zrejme to poukazuje na fakt, že nenulová priečna zložka rýchlosti slnečného vetra stabilizuje pohyb častice v rezonancii.

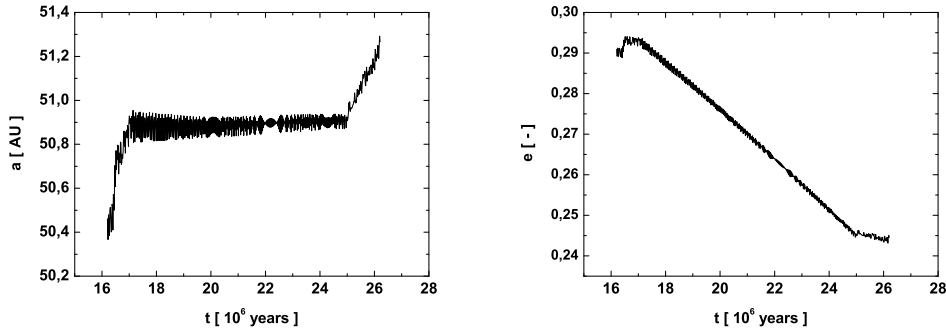
4.3 Orbitálny vývoj častice v blízkosti rezonancií s planétou

Existencia neradiálnej zložky slnečného vetra môže spôsobiť sekulárny nárast veľkej polosi sférickej častice pred záchytnom do rezonancie stredného pohybu s planétou. Potvrďuje to aj numerické riešenie pohybovej rovnice (16).



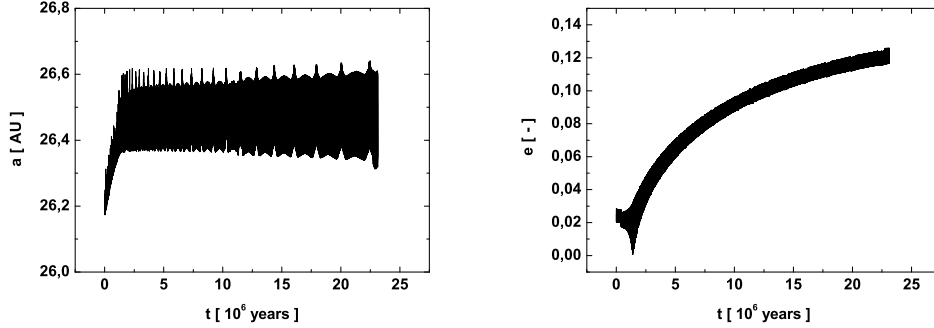
Obrázok 1: Sekulárny vývoj excentricity vo vonkajšej rezonancii 2:1 s planétou Neptún pre $\varepsilon = 0^\circ$ (obrázok vľavo) a $\varepsilon = 2,5^\circ$ (obrázok vpravo), $\eta/\bar{Q}'_{pr} = 2/3$ a $\beta = 0,01$.

Takéto chovanie bolo doposiaľ zistené len pri pôsobení gravitácie a slnečného elektromagnetického žiarenia na nesférické prachové častice (Klačka a kol., 2005a; 2005b). Detailné numerické riešenie pohybovej rovnice (16) je znázornené na obrázkoch 2 a 3.



Obrázok 2: Orbitálny vývoj sférickej prachovej častice s $\beta = 0,01$ a $\eta/\bar{Q}'_{pr} = 2/3$ zachytenej do vonkajšej rezonancie stredného pohybu 20:9 s planétou Neptún: a – veľká polos, e – excentricita, ω – argument šírky perihélia.

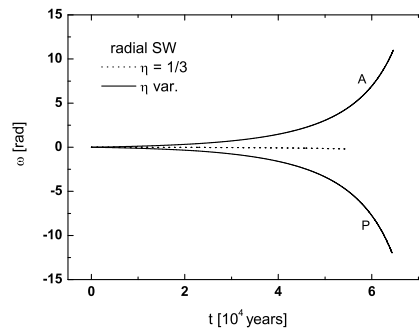
Obrázok 2 ilustruje sekulárny nárast veľkej polosi častice pred záchytom do rezonancie 20 : 9 s planétou Neptún. Vstupné parametre sme uvažovali $\beta = 0,01$, $\eta/\bar{Q}'_{pr} = 2/3$ a $\varepsilon = 2,5^\circ$. Po opustení rezonancie veľká polos častice opäť narastá. Prípád, kedy $da/dt > 0$ pred záchytom do vonkajšej aj vnútornej rezonancie bol nájdený pre rôzne kombinácie vstupných parametrov β , η/\bar{Q}'_{pr} , ε . Pre danú rezonanciu je sekulárny vývoj excentricity klesajúcou funkciou času ($\varepsilon > \varepsilon_{crit} = 1,488^\circ$). Je to v zhode s analytickým prístupom



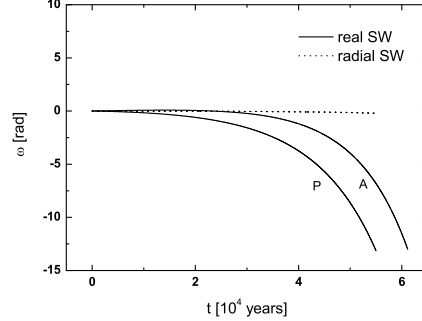
Obrázok 3: Orbitálny vývoj sférickej prachovej častice s $\beta = 0,01$ a $\eta/\bar{Q}'_{pr} = 2/3$ zachytenej do vnútornej rezonancie stredného pohybu 15:17 s planétou Neptún: a – veľká polos, e – excentricita, ω – argument šírky perihélia.

a s rovnicou (19). Obrázok 3 ilustruje orbitálny vývoj prachovej častice vo vnútornej rezonancii 15 : 17 s planétou Neptún. Ako vstupné parametre sme opäť uvažovali $\beta = 0,01$, $\eta/\bar{Q}'_{pr} = 2/3$ a $\varepsilon = 2,5^\circ$. Hodnota ε_{crit} pre túto rezonanciu je $2,024^\circ$, t.j. $\varepsilon > \varepsilon_{crit}$. V dôsledku toho je sekulárny vývoj excentricity rastúcou funkciou času, excentricita sa asymptoticky blíži k limitnej hodnote $e_{lim} = 0,124$, čo je v dobrej zhode s numerickým výsledkom na obrázku 3.

4.4 Vplyv slnečného vetra



Obrázok 4: Porovnanie vývoja argumentu šírky perihélia prachovej častice pri uvážení konštantného a premenného radiálneho slnečného vetra. P - perihéliová ejekcia z materského telesa, A - aféliová ejekcia.



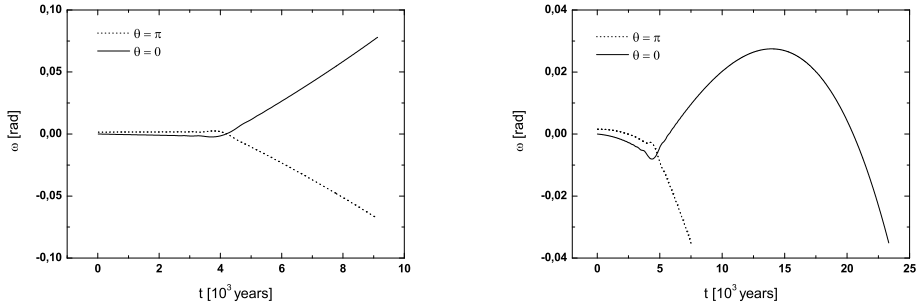
Obrázok 5: Porovnanie vývoja argumentu šírky perihélia prachovej častice pod vplyvom konštantného radiálneho a premenného reálneho slnečného vetra. P - perihéliová ejakcia z materského telesa, A - aféliová ejakcia.

Obrázok 4 znázorňuje vývoj argumentu šírky perihélia prachovej častice pre radiálny slnečný vietor. V obrázku 4 je porovnaný konštantný radiálny slnečný vietor a časovo premenný slnečný vietor, pri ktorom sa rýchlosť a koncentrácia častíc slnečného vetra mení v priebehu 11,1 ročného cyklu. Pri numerických výpočtoch sme použili hodnoty $\beta = 0.01$, $\bar{Q}'_{pr} = 1$.

Obrázok 5 znázorňuje porovnanie vývoja argumentu šírky perihélia prachovej častice pre radiálny konštantný slnečný vietor a pre reálny slnečný vietor. Reálny slnečný vietor obsahuje tiež neradiálnu zložku rýchlosti a časovú premennosť so slnečným cyklom. Pri numerických výpočtoch sme použili hodnoty $\beta = 0.01$, $\bar{Q}'_{pr} = 1$, $\varepsilon = 2.9^\circ$.

Z obrázkov 4 a 5 vidieť, že časová premennosť slnečného vetra spôsobuje stáčanie perihélia prachovej častice ako v prípade radiálneho, tak aj neradiálneho slnečného vetra. Čas špirálovania prachovej častice ku Slnku sa v prípade radiálneho premenného vetra skrátil asi o 10 % oproti štandardnému prístupu pri uvažovaní konštantného slnečného vetra. V prípade reálneho slnečného vetra sa čas špirálovania skrátil asi o 15 %.

Premennosť slnečného vetra má za následok existenciu rezonancie medzi orbitálnou periódou prachovej častice a periódou premennosti slnečného vetra. Obrázok 6 znázorňuje zmenu chovania argumentu šírky perihélia prachovej častice v dôsledku orbitálnej rezonancie 1:1 prachovej častice s periódou premennosti slnečného vetra. Počiatočné podmienky pre prachovú časticu: $a_{in} = 5.3$ AU, $e_{in} = 0.9$. Uvažovali sme perihéliovú a aféliovú ejakciu z materského telesa a vplyv gravitácie od Slnka, P-R efekt a radiálny premenný resp. reálny slnečný vietor. Časové vývoje veľkej polosi a excentricity sú pre perihéliovú a aféliovú ejakciu z materského telesa totožné.



Obrázok 6: Vývoj argumentu šírky perihélia prachovej častice ako dôsledok rezonancie medzi orbitálnou periódou častice a periódou slnečného cyklu. Radiálny premenný slnečný vietor (obrázok vľavo), reálny slnečný vietor (obrázok vpravo).

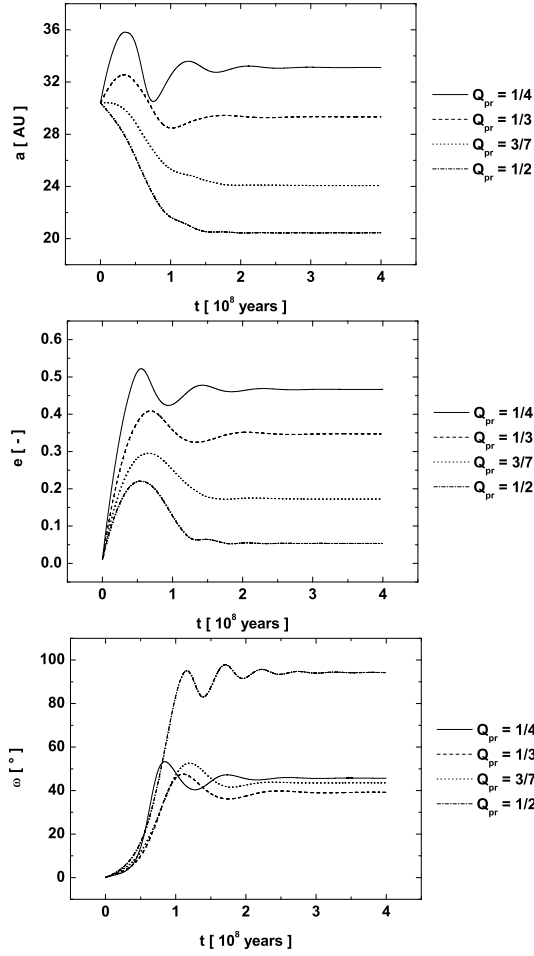
4.5 Vplyv neutrálneho medzihviezdneho plynu

Efekt neutrálneho medzihviezdneho plynu hrá v oblasti Edgeworthovho - Kuiperovho pásu významnú úlohu pri možnej stabilizácii orbít prachových častíc. Obrázok 7 znázorňuje stabilizáciu trajektórie častice ako dôsledok vzájomnej kompenzácie gravitačných a negravitačných síl. Pri numerickej výpočte boli vzaté do úvahy: gravitačné pôsobenie Slnka, P-R efekt, konštantný slnečný vietor aj s neradiálnou zložkou rýchlosti a vplyv medzihviezdneho neutrálneho vodíka. Vplyv planéty Neptún ani transneptunických objektov nebol do výpočtov zahrnutý. Obrázok znázorňuje stabilizáciu orbít pre rôzne \bar{Q}'_{pr} (rôzne polomery častíc alebo rôzne hustoty). Stabilné orbity častíc by mohli napovedať o existencii prachového prstenca okolo Slnka, prípadne vysvetliť existenciu prachových prstencov v okolí iných hviezd.

4.6 Doba špirálovania častíc v Edgeworthovom - Kuiperovom páse

Keď sú prachové častice vystavené rôznym silám, rôzne dlho špirálujú k Slnku. Zaujímá nás ako dlho sa vyskytujú v oblasti Edgeworthovho-Kuiperovho pásu. Ako dlho sa nachádzajú v zóne veľkých polosí $a \in (30, 50)$ AU?

Počiatkové hodnoty orbitálnych elementov častice boli rovnomerne rozložené v intervaloch: veľká polos $a_{in} \in (30, 45)$ AU, excentricita $e_{in} \in (0, 0.5)$.



Obrázok 7: Časový vývoj veľkej polosi, excentricity a argumentu šírky perihélia prachovej častice v oblasti Edgeworthovho - Kuiperovho pásu. Uvážená je gravitácia od Slnka, P-R efekt, konštantný slnečný vietor s neradiálnou zložkou rýchlosti a vplyv medzihviezdneho neutrálneho vodíka. Pri numerických výpočtoch sme použili $\beta = 0.01$, $\gamma_T = 0.05$ a rôzne hodnoty \bar{Q}'_{pr} .

V tabuľke 1 sú uvedené stredné doby pobytu prachových častíc v oblasti Edgeworthovho-Kuiperovho pásu pod vplyvom nasledovných kombinácií gravitačných a negravitačných síl:

- i) P-R efekt + konštantný radiálny slnečný vietor,
- ii) P-R efekt + konštantný radiálny slnečný vietor + gravitácia od Neptúna,
- iii) P-R efekt + konštantný slnečný vietor, neradiálna zložka rýchlosti je uvážená s $\gamma_T = 0.05$,
- iv) P-R effect + konštantný slnečný vietor (neradiálna zložka rýchlosti je

uvážaná s $\gamma_T = 0.05$) + gravitácia od Neptúna.

Vo výpočtoch uvažujeme, že planéta Neptún sa pohybuje po kruhovej orbite pričom prachová častica bola vypúšťaná z rôznych pozícií vzhľadom na Neptún. Výpočty sú uvedené pre dve rôzne hodnoty $\beta = 0.1, 0.01$ a $\bar{Q}'_{pr} = 1, 1/2$. Zmena hmotnosti prachovej častice v dôsledku pôsobenia slnečného vetra nie je vo výpočtoch uvažovaná.

Sily	$\beta = 0.1$		$\beta = 0.01$	
	$Q'_{pr} = 1$	$Q'_{pr} = 1/2$	$Q'_{pr} = 1$	$Q'_{pr} = 1/2$
P-R + SW (R)	1.7E+06	1.3E+06	1.7E+07	1.3E+07
P-R + SW (R)+G	6.4E+06	4.9E+06	3.1E+07	2.6E+07
P-R + SW (NR)	1.7E+07	3.0E+06	1.7E+08	3.1E+07
P-R + SW (NR)+G	7.4E+06	1.1E+06	6.0E+07	8.9E+06

Tabuľka 1: Stredná doba špirálovania prachových častíc v Edgeworthovom - Kuiperovom páse vo vzdialenosti $a \in (30 \text{ AU}, 50 \text{ AU})$ pod vplyvom slnečnej gravitácie, P-R efektu a konštantného slnečného vetra s neradiálnou zložkou rýchlosti.

	$\beta = 0.1$		$\beta = 0.01$	
	$Q'_{pr} = 1$	$Q'_{pr} = 1/2$	$Q'_{pr} = 1$	$Q'_{pr} = 1/2$
τ_{R+G}/τ_R	3.8	3.6	1.9	2.0
τ_{NR+G}/τ_{NR}	0.4	0.4	0.3	0.3

Tabuľka 2: Pomer stredných dôb špirálovania prachových častíc. Hodnoty sú určené z tabuľky 1.

V tabuľke 3 sú uvedené doby špirálovania prachovej častice pod vplyvom nasledovných kombinácií gravitačných a negravitačných síl:

- i) P-R efekt + konštantný radiálny slnečný vietor,
- ii) P-R efekt + konštantný radiálny slnečný vietor + efekt medzihviezdneho plynu,
- iii) P-R efekt + konštantný slnečný vietor s neradiálnou zložkou rýchlosti,
- iv) P-R efekt + konštantný slnečný vietor s neradiálnou zložkou rýchlosti + efekt medzihviezdneho plynu.

Počiatkové hodnoty orbitálnych elementov častice boli rovnomerne rozložené v intervaloch: veľká polos $a_{in} \in (30, 45) \text{ AU}$, excentricita $e_{in} \in (0, 0.5)$.

Sily	$\beta = 0.1$		$\beta = 0.01$	
	$Q'_{pr} = 1$	$Q'_{pr} = 1/2$	$Q'_{pr} = 1$	$Q'_{pr} = 1/2$
P-R + SW (R)	1.7E+06	1.3E+06	1.7E+07	1.3E+07
P-R + SW (R)+IG	9.3E+05	6.3E+05	9.2E+06	6.2E+06
P-R + SW (NR)	1.7E+07	3.0E+06	1.7E+08	3.1E+07
P-R + SW (NR)+IG	2.7E+06	4.3E+06	2.4E+07	3.4E+07

Tabuľka 3: Stredná doba špirálovania prachových častíc v Edgeworthovom - Kuiperovom páse vo vzdialenosti $a \in (30 \text{ AU}, 50 \text{ AU})$ pod vplyvom slnečnej gravitácie, P-R efektu, konštantného slnečného vetra s neradiálnou zložkou rýchlosti a efektu medzihviezdného plynu. Výpočty sú uvedené pre dve rôzne hodnoty β a Q'_{pr} .

	$\beta = 0.1$		$\beta = 0.01$	
	$Q'_{pr} = 1$	$Q'_{pr} = 1/2$	$Q'_{pr} = 1$	$Q'_{pr} = 1/2$
τ_{R+IG}/τ_R	0.6	0.5	0.6	0.5
τ_{NR+IG}/τ_{NR}	0.2	1.4	0.1	1.1

Tabuľka 4: Pomer stredných dôb špirálovania prachových častíc. Hodnoty sú určené z tabuľky 3.

Referencie

- [1] Beaugé C., Ferraz-Mello S., 1994. Capture in exterior mean-motion resonances due to Poynting-Robertson drag. *Icarus* **110**, 239-260.
- [2] Brownlee D. E., 1994. The ring around us. *Nature* **369**, 706.
- [3] Bruno R., Carbone V., Sorriso-Valvo L., Bavassano B., 2003. Radial evolution of solar wind intermittency in the inner heliosphere. *J. Geophys. Res.* **108 (A3)**, SSH8-1 (arXiv:astro-ph/0303578).
- [4] Dermott S. F., Jayaraman S., Xu Y. L., Gustafson B. A. S., Liou J. C., 1994. A circumsolar ring of asteroidal dust in resonant lock with the Earth. *Nature* **369**, 719-723.
- [5] Gustafson B. A., 1994. Physics of zodiacal dust. *Annu. Rev. Earth Planet. Sci.* **22**, 553-595.
- [6] Hundhausen A. J., 1972. *Coronal Expansion and Solar Wind*. Springer-Verlag, Berlin.
- [7] Hundhausen A. J., 1997. The solar wind. In: *Introduction to Space Physics*, M. G. Kivelson and C. T. Russell (eds.), Cambridge University Press, Cambridge, pp. 91-128.
- [8] Jackson A. A., Zook H. A., 1989. A Solar System dust ring with the Earth as its shepherd. *Nature* **337**, 629-631.
- [9] Kausch T., Fahr H. J., 1997. Interstellar gasfiltration to the inner heliosphere under the selfconsistent influence of a pick-up ion modulated termination shock. *Astron. Astrophys.*, **325**, 828.
- [10] Klačka J., 1992. Poynting-Robertson effect. I. Equation of motion. *Earth, Moon, and Planets* **59**, 41-59.
- [11] Klačka J., 1994. Interplanetary dust particles and solar radiation. *Earth, Moon, and Planets* **64**, 125-132.
- [12] Klačka J., 2004. Electromagnetic radiation and motion of a particle. *Cel. Mech. and Dynam. Astron.* **89**, 1-61.
- [13] Klačka J., 2008. Electromagnetic radiation, motion of a particle and energy-mass relation. arXiv: astro-ph/0807.2915.
- [14] Klačka J., Kocifaj M., Pástor P., 2005a. Motion of dust near exterior resonances with planets. *Journal of Physics: Conference Series* **6**, 126-131.

- [15] Klačka J., Kocifaj M., Pástor P., 2005b. Effect of radiation on non-spherical particles in resonances with large planets. In: *8th Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical Particles: Theory, Measurements and Applications*, F. Moreno, J. J. López-Moreno, O. Munoz and A. Molina (eds.), Instituto de Astrofísica de Granada, pp. 156-159.
- [16] Liou J-Ch., Zook H. A., 1995. An asteroidal dust ring of micron-sized particles trapped in the 1:1 mean motion resonance with Jupiter. *Icarus* **113**, 403-414.
- [17] Liou J-Ch., Zook H. A., 1997. Evolution of interplanetary dust particles in mean motion resonances with planets. *Icarus* **128**, 354-367.
- [18] Marzari F., Vanzani V., 1994. Dynamical evolution of interplanetary dust particles. *Astron. Astrophys.* **283**, 275-286.
- [19] Mishchenko M. I., Travis L. D., Lacis A. A., 2002. Scattering, Absorption, and Emission of Light by Small Particles. *Cambridge University Press*, Cambridge.
- [20] Poynting J. M., 1904. Radiation in the solar system, *Phil. Trans. Royal Soc. London Ser. A* **202**, 525.
- [21] Reach W. T., Franz B. A., Welland J. L., Hauser M. G., Kelsall T. N., Wright E. L., Rawley G., Stemwedel S. W., Splesman W. J., 1995. Observational confirmation of a circumsolar dust ring by the COBE satellite. *Nature* **374**, 521-523.
- [22] Robertson H. P., 1937. Dynamical effects of radiation in the Solar System. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **97**, 423-438.
- [23] Scherer K., 2000. Drag forces on interplanetary dust grains induced by the interstellar neutral gas. *Journal of Geophys. Research* **105**, A5, 10329.
- [24] Stix M., 2002. *The Sun*. Springer-Verlag, Berlin.
- [25] Svalgaard L., 1977. Solar wind and interplanetary space. In: *Illustrated Glossary for Solar-Terrestrial Physics*, A. Bruzek and C.J. Durrant (eds.), D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- [26] Šidlichovský M., Nesvorný D., 1994. Temporary capture of grains in exterior resonances with Earth: Planar circular restricted three-body problem with Poynting-Robertson drag. *Astron. Astrophys.* **289**, 972-982.

Zoznam publikovaných prác uchádzača:

Kapitoly v monografiách:

Klačka J., Kómar L., Pástor P., Petržala J., 2009c. Solar wind and motion of interplanetary dust grains. In: *Handbook on Solar Wind: Effect, Dynamics and Interactions*, Hans E Johannson (ed), Nova Science Publishers, Inc., pp. 227-274.

Články v recenzovaných časopisoch:

Klačka J., Kómar L., Pástor P., Petržala J., 2008. The non-radial component of the solar wind and motion of dust near mean motion resonances with planets, *Astron. Astrophys.* **489**, pp.787-793.

Vereš P., Klačka J., Kómar L., Tóth J., 2008. Motion of a Meteoroid Released from an Asteroid. *Earth, Moon, and Planets*, **102**, pp. 47-51.

Pástor P., Klačka J., Kómar L., 2009. Motion of dust in mean motion resonances with planets. *Celest. Mech. and Dynam. Astron.* **103**, 343-364.

Pástor, P., Klačka, J., Petržala, J., Kómar, L., 2009. Eccentricity evolution in mean motion resonance and non-radial solar wind. *Astron. Astrophys.*, **501**, pp.367-374.

Články v domácich recenzovaných časopisoch:

Klačka J., Kómar L., 2006. Slniečny vietor a pohyb prachových častíc v oblasti rezonancií s planétami In: *Meteorické správy Slovenskej astronomickej spoločnosti pri SAV* **27**. Banská Bystrica: Slovenská astronomická spoločnosť.

Vereš P., Tóth J., Klačka J. Kómar L., 2007. Slapy ako mechanizmus úniku asteroidálnych meteoridov In: *Meteorické správy Slovenskej astronomickej spoločnosti pri SAV* **28**. Banská Bystrica : Slovenská astronomická spoločnosť.

Články v príprave:

Klačka J., Petržala J., Pástor P., Kómar L., 2009. Are explanations of the Poynting-Robertson effect correct? arXiv: astro-ph/0904.0368.

Klačka J., Petržala J., Pástor P., Kómar L., 2009. Solar wind and motion of dust grains. arXiv: astro-ph/0904.2673.

Kómar, L., Klačka, J., Pástor, P., 2009. Galactic tide and orbital evolution of comets. arXiv: astro-ph/0912.3447.

Pástor, P., Klačka, J., Kómar, L., 2009. Galactic tide and secular orbital evolution. arXiv: astro-ph/0912.3449.