



Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky



**Milada Kazdová**

**Autoreferát dizertačnej práce**

Využitie historického vývoja a aplikácií geometrie pri vyučovaní

**na získanie akademického titulu philosophiae doctor**

**v odbore doktorandského štúdia:**

9.1.8. Teória vyučovania matematiky

**Bratislava 2017**

**Dizertačná práca bola vypracovaná**

v dennej forme doktorandského štúdia

na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky

**Predkladateľ:** Milada Kazdová  
Katedra matematickej analýzy a numerickej matematiky  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, Bratislava

**Školiteľ:** doc. RNDr. Zbyněk Kubáček, CSc.

Teória vyučovania matematiky

**Predseda odborovej komisie:**

.....  
Prof. RNDr. Pavol Zlatoš, PhD.  
Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky  
Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky  
Mlynská dolina  
842 48 Bratislava

## Abstrakt

**Autor:** PaedDr. Milada Kazdová

**Názov práce:** Využitie historického vývoja a aplikácií geometrie pri vyučovaní

**Názov školy, fakulty a katedry:** Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra matematickej analýzy a numerickej matematiky

**Vedúci dizertačnej práce:** doc. RNDr. Zbyněk Kubáček, CSc., Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, 2017.

**Bratislava 2017,** 191 strán + 131 strán prílohy.

Práca skúma zaradenie aplikačných úloh s umelecko–historickým kontextom do vyučovania geometrie s cieľom zistiť, či môžu tieto úlohy žiakov zaujať. V práci opisujeme výsledky prieskumu stavu vyučovania geometrie a výsledky predvýskumu. Dve hlavné kapitoly obsahujú nami navrhnuté geometrické aktivity - Antistresové omaľovánky; Teselácie a Escherove mozaiky, Gotické ornamenty; Kúsok renesancie a Kuželosečky a dizajn automobilu vrátane podrobných metodických pokynov pre učiteľov, opis realizácie výskumu a výsledky výskumu, v ktorom sme najprv vyhodnotením pracovných listov overili, či sú úlohy pre žiakov zvládnuteľné a potom prostredníctvom dotazníkov, pozorovaní a rozhovorov s učiteľmi ukázali, že navrhnuté aktivity sú pre väčšinu žiakov zaujímavé a majú potenciál zlepšiť žiacke vnímanie geometrie.

**Kľúčové slová:** geometria, historický vývoj geometrie, aplikácie geometrie, obľúbenosť geometrie, štátny vzdelávací program, dotazník, prieskum, konštruktivizmus, kvalitatívny výskum, fenomenologická analýza, antistresové omaľovánky, mozaiky, tvorba M. C. Eschera, gotické ornamenty, renesančné ornamenty, dizajn automobilu, pracovný list, rozhovor, pozorovanie.

## Abstract

**Author:** PaedDr. Milada Kazdová

**Title:** The utilization of historical development and applications in geometry teaching

**Univerzity, faculty, department:** Comenius University, Faculty of mathematics, physics and informatics, Department of mathematical analysis and numerical mathematics

**Supervisor:** doc. RNDr. Zbyněk Kubáček, CSc., Bratislava, Faculty of mathematics, physics and informatics, Comenius University

**Bratislava 2017**, 322 pages

This dissertation thesis is a description of research the issues of inclusion application tasks with an art-historical context into teaching geometry with the goal to find, whether these tasks can be interesting for pupils. In this thesis we describe the results of situation in geometry teaching and the results of pre-research. Two main chapters contain the geometrical activities designed by us: Antistress coloring pages; Tessellations and Escher's mozaics; Gothic ornaments; A fragment of renaissance and Conic curves and vehicle design including detailed methodical guidelines for teachers, the description of research realisation and the research results, in which we verified at first during the evaluation of worksheets, if these tasks are manageable for pupils and then with the aid of questionnaires, observations and interviews with teachers we showed, that activities designed by us are interesting for most of pupils and these activities have chance to improve the pupils' perception of geometry.

**Keywords:** geometry, historical development of geometry, applications of geometry, popularity of geometry, State educational program, questionnaire, exploration, constructivism, qualitative research, phenomenological analysis, antistress coloring pages, mosaics, works of M. C. Escher, Gothic ornaments, Conic curves, vehicle design, worksheet, interview, observation.

## Úvod

Geometria je štandardnou súčasťou vyučovania na našich stredných školách. Jej obsah udáva Štátny vzdelávací program predmetu matematika, ktorého je súčasťou. V posledných rokoch sa na slovenských školách pravidelne robia testovania, nech už ide o Testovanie 9, medzinárodnú štúdiu OECD PISA alebo výsledky maturít. Keďže výsledky nie sú veľmi dobré, má zmysel hľadať úlohy, ktoré by boli geometrické svojím obsahom a súčasne dostatočne atraktívne pre žiakov.

Na základe teoretických východísk práce, našich skúseností a nami urobeného prieskumu sa domnievame, že mnohí študenti nevidia možnosti, ktoré sú v geometrii a jej aplikáciách skryté. Naším hlavným cieľom je zostaviť geometrické úlohy aplikačného charakteru s umelecko-historickým kontextom. K vytvoreným úlohám/aktivitám ponúkneme aj metodické materiály pre učiteľov.

Úlohy/aktivity predložíme v súlade s myšlienkami konštruktivismu, pretože sme presvedčení, že poznatok, ktorý žiak sám objaví, si aj dlhšie zapamätá.

Hlavný potenciál úloh zameraných na aplikácie vidíme v tom, že:

- žiaci budú schopní v zložitých geometrických obrazcoch nájsť elementárne geometrické útvary,
- žiaci si na zmysluplných úlohách precvičia prebrané tematické celky,
- žiaci sami skúsia navrhnuť napríklad escherovskú „prišerku“, pričom dôraz bude kladený na geometricky atraktívne spracovanie a zlepšenie rysovacích zručností.

## Ciele práce

Cieľom dizertačnej práce je na základe štúdia historického vývoja vybranej časti školskej geometrie vytipovať a kvalitatívnym spôsobom overiť úlohy, ktoré je možné použiť pri vyučovaní matematiky. Úlohy budú mať motivačný alebo aplikačný charakter. Tieto úlohy budú spracované do podoby použiteľnej vo vyučovaní vrátane metodických pokynov pre učiteľov.

Teda: 1. vytvoríme geometrické úlohy aplikačného charakteru,

2. pre žiakov navrhne priateľný spôsob a formu práce s danými úlohami,

3. pre učiteľov pripravíme metodické materiály,

4. v praxi overíme využiteľnosť úloh a ich motivačné pôsobenie na žiakov.

Úlohy / aktivity budú spracované v duchu konštruktivistického spôsobu vyučovania – študenti nebudú dostávať kompletne návody na riešenie, ale iba rady, aby dochádzalo k postupnému odhaľovaniu informácií, prepájaniu ich poznatkov s novými informáciami a tým ku konštrukcii nového poznatku. Predpokladáme, že aplikačné úlohy budú mať na žiakov motivačný účinok.

Navrhnuté úlohy/aktivity budeme overovať pomocou kvalitatívneho výskumu. Cieľom didaktického výskumu, počas ktorého sa budeme snažiť rozvíjať geometrickú predstavivosť žiakov prostredníctvom netradičných planimetrických úloh, je získať odpovede na otázky:

- Ako žiaci reagujú na netradičné planimetrické úlohy, ktoré majú za cieľ ukázať, že geometria nie je len súborom axiém, ale veda využiteľná v praxi?
- Podporili úlohy/aktivity zo súboru a vybrané témy zvýšenie záujmu o geometriu? Ak áno, akým spôsobom?

Popri tom si budeme všímať aj to, či:

- Podporili úlohy/aktivity zo súboru rozvíjanie geometrickej predstavivosti žiakov? Ak áno, akým spôsobom?
- Podporili úlohy/aktivity zo súboru rozvíjanie žiackych stratégií riešenia? Ak áno, akým spôsobom?,

pričom sme si vedomí, že toto pozorovanie bude mať iba doplnkový charakter, pretože v časovom rozmedzí doktorandského štúdia asi zmeny tohto typu nebudú badateľné.

## Vytvorené geometrické aktivity aplikačného charakteru

### ANTISTRESOVÉ OMAĽOVÁNKY

Téma antistresových omaľovánok je v poslednej dobe čoraz viac populárna, tak prečo ju nevyužiť aj v geometrii? Žiakom ponúkneme súbor niekoľkých úloh, v ktorých budú mať možnosť využiť doterajšie geometrické znalosti, zlepšiť si rysovacie zručnosti a aj sami vytvárať vzhľad omaľovánky.

### TESELÁCIE A ESCHEROVE MOZAIKY

Tvorba Mauritsa Cornelisa Eschera je fascinujúca nielen z pohľadu výtvarníka, ale aj z pohľadu matematika - geometra. Existuje veľa rozličných materiálov zaoberajúcich sa Escheovým životom a Escherovou tvorbou, ale len máloktorý sa dá využiť pri vyučovaní školskej matematiky, resp. geometrie. Aby bola jeho tvorba použiteľná vo výučbe, je treba urobiť ešte veľa práce, ktorá spravidla čaká na učiteľa. V našej práci chceme učiteľovi túto zdĺhavú prácu uľahčiť navrhnutím aktivít a vytvorením podrobných metodických materiálov.

Z nášho prieskumu usudzujeme, že Escherova tvorba sa na hodinách matematiky (geometrie) nevyskytuje takmer vôbec, hoci v štandardoch ŠVP nájdeme odporúčania ako napríklad „*zaradovať do vyučovania prierezové témy prostredníctvom kontextových alebo motivačných úloh a využívať aj iné formy vyučovania*“. Z nami urobeného informatívneho dotazníka je zrejmé, že žiaci stredných škôl o Escherovi nepočuli buď vôbec alebo len v rámci výtvarnej výchovy. Teda myslíme si, že spracovanie tejto témy má zmysel a môže byť užitočné pre stredoškolských pedagógov.

Vytvorili sme preto niekoľko úloh, v ktorých žiaci postupne skúšajú pokryť rovinu jedným typom pravidelného mnohoúhelníka, viacerými typmi pravidelným mnohoúhelníkov a následne vyplniť tabuľku so súčtami uhlov, v ktorej predpokladáme aj zovšeobecnenie. Ďalšie úlohy ponúkajú obrázkový návod, ako vytvoriť príšerku Escherovho typu, pričom žiaci majú najprv vo štvorcovej sieti dokončiť pokrytie rybičkami a potom sami vymyslieť pokrytia roviny na štvorcovom, trojuholníkovom a šesťuholníkovom základe.

### GOTICKÉ ORNAMENTY

Čo sa týka gotickej architektúry a najmä potom okenných kružieb, existuje veľmi veľa publikácií, ktoré zmienené okná ilustrujú pomocou fotografií. V knihách určených pre architektov sa stretávame s množstvom narysovaných okien, ale konštrukcie sú väčšinou zložité a značne neprehľadné. Preto sú vhodné skôr na hodiny dejepisu alebo výtvarnej výchovy na ilustráciu gotických stavieb alebo gotického umenia. Preštudovali sme preto viaceré zdroje, v ktorých sa nachádza aspoň kúsok didaktického zamerania a vytvorili úlohy s rôznou náročnosťou. Séria úloh začína úvodnými úlohami o čiastkových gotických

ornamentoch – gotických štvorlístkoch, trojlístkoch, oblúkoch – a pokračuje úlohami, kde majú žiaci sami alebo s pomocou návodných postupov skonštruovať zložitejšou časť gotického okna.

### **KÚSOK RENESANCIE**

K vytvoreniu aktivity Kúsok renesancie nás inšpirovala publikácia Alojza Struhára *Geometrická harmónia historickej architektúry na Slovensku*, kde sme našli obrázok Thurzovho domu v Banskej Bystrici. Ten sme využili v aktivite s cieľom zlepšiť rysovacie zručnosti žiakov na jednoduchom motíve zloženom len zo základných geometrických útvarov a precvičiť celok osová a stredová súmernosť. V ďalších úlohách sme použili ozdobný pás na Zvolenskom zámku a kaštieli v Betlanovciach.

### **KUŽELOSEČKY A DIZAJN AUTOMOBILU**

Prvotný nápad zaradiť dizajn automobilu do dizertačnej práce vznikol na základe publikácie *Geometry of Design*, ktorá na troch stranách vrátane obrázkov ukazuje geometriu na automobile Volkswagen New Beetle.

Ak zoberieme Volkswagen Chrobák alebo New Beetle, môžeme sa venovať kuželosečkám, konkrétne elipse. Kuželosečky síce nie sú náplňou vyučovania matematiky na slovenských stredných školách, ale je možné ich využiť na gymnáziách v rámci seminárov ako nadstavbu gymnaziálnej látky alebo na stredných odborných školách, napríklad na strednej priemyselnej škole strojníckej, kde sa v rámci základov deskriptívnej geometrie kuželosečky preberajú a rysujú a navyše úzko súvisia aj s ďalšími predmetmi a zameraním školy. V aktivite sme sa rozhodli spomenúť aj zlatý rez, ktorý sa na stredných školách bežne nevyučuje, ale keďže ide vlastne iba o pomery, nie je v rozpore s náplňou Štátneho vzdelávacieho programu predmetu matematika.

V tabuľke je uvedené, čoho sa jednotlivé aktivity týkajú.

<p><b>Aktivita 1:</b> <b>Antistresové omaľovánky</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* zlepšenie rysovacích zručností</li> <li>* vytvorenie vhodnej stratégie riešení</li> <li>* osová súmernosť</li> <li>* stredová súmernosť</li> <li>* delenie úsečky, delenie uhla</li> <li>* kružnice vpísaná a opísaná mnohouholníku</li> </ul>
<p><b>Aktivita 2:</b> <b>Teselácie a Escherove mozaiky</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* zlepšenie rysovacích zručností</li> <li>* konštrukcie mnohouholníkov</li> <li>* súčet vnútorných uhlov v mnohouholníku</li> <li>* posunutie, rotácie</li> <li>* obsah mnohouholníka</li> <li>* softvér GeoGebra</li> </ul>



<b>Aktivita 3: Gotické ornamenty</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* zlepšenie rysovacích zručností</li> <li>* gotický oblúk, gotický trojlístok, gotický štvorlístok</li> <li>* kružnica opísaná a vpísaná útvaru</li> <li>* body dotyku</li> <li>* konštrukcie kružníc a trojuholníkov za daných podmienok</li> </ul>
<b>Aktivita 4: Kúsok renesancie</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* zlepšenie rysovacích zručností</li> <li>* osová súmernosť</li> <li>* stredová súmernosť</li> <li>* konštrukcie základných geometrických útvarov</li> </ul>
<b>Aktivita 5: Kužeľosečky a dizajn automobilu</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>* rezy na kuželi a valci</li> <li>* vytvorenie elipsy záhradníckou metódou</li> <li>* kužeľosečky na automobilu</li> <li>* využitie počítača</li> <li>* zlatý rez, zlatá elipsa</li> </ul>

Každá aktivita pozostáva z dvoch častí: pracovných listov pre žiaka a metodických pokynov pre učiteľa a obsahuje niekoľko úloh rôznej náročnosti. Je iba na učiteľovi, koľko úloh využije, resp. z koľkých úloh bude pozostávať jeho pracovný list.

- a) Pracovný list – v úvodnej časti pracovného listu sa nachádza stručná teoretická informácie o tom, čoho sa aktivita týka. Nasledujú vlastné úlohy zamerané aj na konštrukčnú geometriu aj na výpočty v geometrii.
- b) Metodické pokyny pre učiteľa majú tri časti:
  - 1) Úvod – v úvode špecifikujeme časové zaradenie aktivity a ciele vyučovacej hodiny alebo hodín, v ktorých sa bude aktivita vyučovať.
  - 2) Metodické pokyny k jednotlivým úlohám – metodické pokyny obsahujú odporúčané zaradenie jednotlivých úloh na základnú alebo na strednú školu; vymedzujú, aké „vstupné“ znalosti žiakov očakávame a obsahujú podrobné riešenia jednotlivých úloh, v mnohých prípadoch viacerými spôsobmi.
  - 3) Záver – záver tvorí zoznam kľúčových slov, určenie potrebných pomôcok, predpokladaný výsledok vyučovacej hodiny a zoznam doplnujúcich materiálov.

Dokopy jme vytvorili 5 aktivít: Antistresové omaľovánky, Teselácie a Escherove mozaiky, Gotické ornamenty, Kúsok renesancie a Kužeľosečky a dizajn automobilu.

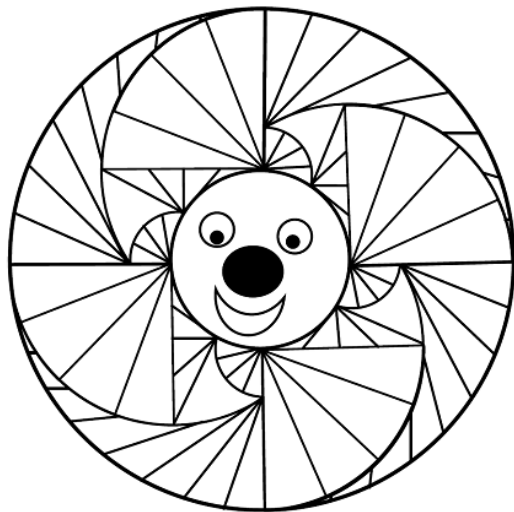
Na nasledujúcich obrázkoch si ilustrujme výzor pracovných listov: obrázok vľavo je ukážkou z aktivity Antistresové omaľovánky, obrázok v strede patrí k aktivite Gotické ornamenty a obrázok vpravo je časťou aktivity Kúsok renesancie.

### Aktivita 1: Antistresové omaľováanky

Určíte ste sa už stretli s pojmom **antistresové omaľováanky**. Nejde o omaľováanky pre deti, ale pre mládež a dospelých s rozličnou tematikou. Vašou úlohou bude vytvoriť omaľováanky s využitím **euklidovskej geometrie** – teda geometrie, kde využívame iba kružidlo a pravítko bez mierky. Takéto omaľováanky sa majú vyfarbovať veľmi precízne. Preto aj ich predlohy musia byť precízne vytvorené. Rysujte preto čo najpresnejšie.

#### Uloha 1:

Bez merania vzdialeností v zadaní vytvorte uvedený obrázok, ak viete, že polomer obrysovej kružnice je 75 mm, polomer kružnice tvojacej tvár je 28 mm a všetky delenia v obrázku sú pravidelné. Nos a ústa dokreslite rukou.

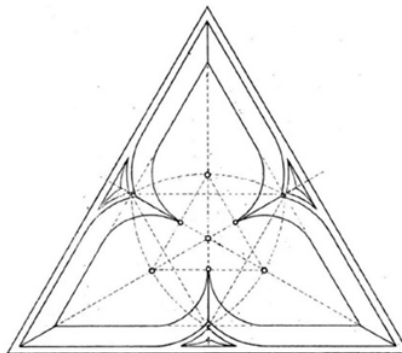


Obrázok je inšpirovaný knihou *Idiomatický pre deti*.

#### Uloha 4:

Pozorne sa pozrite na nasledujúci obrázok gotického ornamentu, tzv. **nosov**. Diskusiou so spolužiakmi a učiteľom zistíte, ako bol zostrojený. Pri Vašich úvahách využijte, že na obrázku sú znázomené čiarkované aj pomocné čiary, ktoré sa využijú pri konštrukcii. Všetky svoje tvrdenia zdôvodňujte.

Pokúste sa pre Vašich mladších spolužiakov zostaviť návod ako postupovať. Potom obrázok sami narysujte.



### Aktivita 4: Kúsok renesancie

**Renesancia** na Slovensku zasiahla do obrazu miest, ktoré sa na prelome 16. storočia odpútavali od stredovekého umenia.

#### Uloha 1:

Na obrázku vidíte goticko – renesančný **Zvolenský zámok**, ktorý dal v 70. rokoch 14. storočia postaviť uhorský kráľ Ľudovít I. ako poľovnícke sídlo. Jeho koncepciu ovplyvnila talianska mestská architektúra šľachtických palácov.



Horný obvod Zvolenského zámku tvorí ozdobný pás typický pre renesanciu. Na papier formátu A4 narysujte časť tohto pásu (aspoň 4x ornament + 4x polkružnica). Snažte sa rysovať bez merania - priblížte sa tak práci renesančných architektov (a navyše obrázky narysované len pomocou pravítka a kružidla často vychádzajú krajšie ako tie, v ktorých si pomáhame meraním).

Pre vašich mladších spolužiakov vytvorte čo najviac názorný návod, ako postupovať. Pomôcť si môžete obrázkami.



Teraz nás bude zaujímať, či celý obrázok je osovo/stredovo súmerný. Zakrešli:

- os súmernosti, ak existuje (jednou farbou),
- stred súmernosti, ak existuje (druhou farbou),
- najmenšiu časť, ktorej opakovaním možno vytvoriť celý obrázok - vyznačte aspoň dve rôzne možnosti (tretou farbou).

## Metódy práce

Vybrané úlohy z aktivít boli v rámci predvýskumu otestované na študentke pri doučovaní, aktivita 4 – Kúsok renesancie bola odskúšaná v piatom ročníku na základnej škole. Na základe výsledkov predvýskumu sme presvedčení, že úlohy tohto typu sú pre testovaných žiakov (samozrejme nie úplne všetkých) zaujímavé a má cenu sa nimi naďalej zaoberať, teda navrhnuté úlohy/aktivity sme sa rozhodli v školskej praxi ďalej overovať pomocou kvalitatívneho výskumu.

Čo sa týka dizajnu kvalitatívneho výskumu, ako najvhodnejšia pre náš výskum sa nám javila fenomenologická analýza. Jej cieľom je odhaliť prežívanie sveta (pocity, myšlienky,...) vybranej skupiny ľudí. Výskumník z tohto sveta vyberá jeden jav – fenomén – ktorý existuje v živote vybranej skupiny ľudí. Podobne ako v celom kvalitatívnom výskume, aj v dizajne fenomenologickej analýzy, sa ako výskumné metódy používajú **pozorovanie**, **interview** a **obsahová analýza produktov**. Výskum sme robili v školských triedach na základných školách a gymnáziách v Bratislave podľa konkrétnej navrhnutej aktivity, výber ľudí bol zámerný. Keďže sme chceli zistiť, či aplikačné úlohy a úlohy využívajúce historický vývoj geometrie zlepšia žiacky postoj ku geometrii, či žiakov takéto úlohy zaujmú, javila sa nám fenomenologická analýza ako najvhodnejšia aj preto, že „*prináša nové a často neočakávané pohľady na skúmané javy.*“ [Gavora, 2007]

Fenoménom sme si zvolili **vnímanie geometrie a zadaných geometrických aktivít žiakmi**.

S ohľadom na to, že našimi participantmi boli rôzne starí žiaci a chceli sme poznať názory všetkých z nich, zvolili sme v súlade s Ferjenčíkom namiesto interview formu dotazníkov, a to pred aktivitou a po aktivite (takmer u všetkých testovaných žiakov). Zároveň sme analyzovali pracovné listy, ktoré žiaci v rámci jednotlivých aktivít vypracovávali. Využívali sme aj participačné pozorovanie, z ktorého sme si robili v rámci možností čo najpodrobnejšie poznámky. Na záver sme urobili interview s učiteľmi, u ktorých sme robili testovanie aktivít. Výskum prebiehal po vytvorení aktivít v školskom roku 2016/17 na niekoľkých základných školách a gymnáziách v Bratislave. Počas výskumu sme otestovali vybrané úlohy zo štyroch aktivít: Antistresové omalovánky, Teselácie a Escherove mozaiky, Gotické ornamente a Kúsok renesancie.

U väčšiny testovaných tried prebiehal zber dát nasledovne: žiaci dostali pred začatím aktivity dotazník (PR), ktorý vypracovali v priebehu hodiny matematiky predchádzajúcej testovaniu alebo ako domácu úlohu. Aktivita bola vopred prediskutovaná s príslušným učiteľom/učiteľkou a boli vybrané konkrétne úlohy vhodné pre testovanú triedu (voľba učiteľa). Pri vlastnom testovaní dostali žiaci v priebehu jednej alebo viacerých vyučovacích

hodín matematiky postupne pracovné listy, ktoré samostatne, prípadne v malých skupinkách, vypracovávali s malými zásahmi učiteľov. Takmer vo všetkých testovaných triedach prebiehalo zároveň pozorovanie výskumníkom s nízkym stupňom participácie (pasívna participácia, čiastočne aktívna participácia). Z pozorovaní vznikli zápisky s postrehmi z hodín, ktoré boli neskôr podrobené analýze a využité pri opise výskumu. Z testovaných hodín bol urobený aj audiozáznam, ktorý však nevnímame ako ďalšiu výskumnú metódu, ale iba ako doplnkový materiál na overenie a spresnenie poznámok pozorovateľa z hodín (keďže žiaci v priebehu aktivít komunikovali medzi sebou a v triede bol pracovný „šum“, nebolo ani možné urobiť prepis celého audiozáznamu, ale iba vybraných častí, najmä tých, kde sa do popredia dostáva učiteľ). Po vypracovaní aktivity dostali žiaci dotazník (PO), ktorý niektorí z nich vypracovali vo zvyšku hodiny, ostatní ako domácu úlohu.

V dvoch triedach – v 3. ročníku štvorročného gymnázia a kvarte osemročného gymnázia – sa nám podarilo testovať dve aktivity: Gotické ornamenty + Teselácie a Escherove mozaiky (3.r.) a Gotické ornamenty + Antistresové omaľovánky (kvarta). Vo zvyšných triedach sa testovala vždy iba jedna aktivita, prípadne časť jednej aktivity.

Po určitom čase (nie väčšom ako 2 mesiace) sme urobili interview s niektorými učiteľmi, u ktorých sme robili výskum, s cieľom zistiť, ako oni vnímali obľúbenosť nami vytvorených úloh u žiakov. Časový odstup sme zvolili zámerne, pretože nás zaujímalo, či žiaci testované úlohy niekedy neskôr spomenuli, prípadne v akom kontexte.

Cieľom dotazníka pred (PR) bolo získať informácie o žiackom prístupe ku geometrii, o tom, či sa stretli s aplikačnými úlohami a ako by si predstavovali zatriktívnenie geometrie. Dotazník po (PO) mal za úlohu poskytnúť názory žiakov na testovanú aktivitu.

Aj keď by sa mohlo zdať, že vyhodnocovanie pracovných listov je pre náš výskum nepodstatné, keďže neposkytuje priamu odpoveď na otázku, či to žiakov zaujalo, treba sa pozrieť aj na to. Musíme totiž skontrolovať, či sa neukazuje napríklad, že materiál je zle pripravený, teda že výsledky z tohto materiálu by nemuseli byť dostatočne výpovedné. Keby bol materiál zle urobený, žiaci by nevedeli aktivitu vyriešiť a celý výskum by sa neodohrával podľa našich predstáv. Preto v práci opisujeme aj to, ako si žiaci s materiálom poradili.

## Výsledky práce

Z čoho usudzujeme, že testovaných žiakov navrhnuté aktivity zaujali? Najmä z toho, ako odpovedali v dotazníkoch, ako reagovali na hodinách, z toho, ako vypracovali testované úlohy a ako sa v rozhovoroch vyjadrili ich učitelia.

Z dotazníkov (PR) vyplýva, že sa nám podarilo splniť požiadavky aspoň niektorých žiakov na zatraktívnenie výučby geometrie. Nami navrhnuté aktivity spĺňajú tieto žiacke požiadavky: robiť niečo kreatívnejšie, vymýšľať vlastné úlohy, resp. vlastné riešenia úloh, využívať reálne veci, využívať digitálne technológie.

Podrobným vyhodnotením pracovných listov sme ukázali, že nami navrhnuté aktivity Antistresové omaľovánky; Teselácie a Escherove mozaiky; Gotické ornamentey a Kúsok renesancie sú pre testovaných žiakov (a predpokladáme teda, že i pre ostatných žiakov ich veku) zvládnuteľné. Na základe testovania sme sa presvedčili, že úlohy z aktivít sú pre žiakov atraktívnejšie ako aplikačné, po prebratí príslušných celkov, než ako motivačné, keď sa na nich majú niečo naučiť. Domnievame sa, že to mohlo byť spôsobené tým, že úlohy vo všetkých prípadoch boli zadané ako samostatná práca, kedy učiteľ zasahoval do výučby iba vtedy, ak mali žiaci nejaké konkrétne dotazy.

Dotazníky (PO) ukazujú, že aktivita Antistresové omaľovánky oslovila vo všetkých testovaných triedach viac ako polovicu žiakov, u niektorých by zlepšila ich postoj ku geometrii a veľa žiakov si myslí (okrem žiakov učiteľky B, kde si to myslí iba 1/3 testovaných), že aktivity podobného typu by zlepšili vnímanie geometrie ostatnými žiakmi. Aktivita Teselácie a Escherove mozaiky zaujala vo všetkých testovaných triedach viac ako tri štvrtiny študentov. Keby sa do vyučovania zaradilo viacej úloh tohto typu, u niektorých jedincov by podľa ich vyjadrenia nastalo zlepšenie vzťahu ku geometrii, v jednej triede dokonca u jednej tretiny žiakov. Minimálne 66 % žiakov v každej triede uviedlo, že podľa ich názoru by zaradenie podobných úloh do vyučovania viedlo ku zlepšeniu postoja ostatných žiakov ku geometrii. Aktivita Gotické ornamentey zaujala v každej testovanej triede viac ako polovicu študentov, pričom u niektorých by nastalo zlepšenie ich postoja ku geometrii. V dvoch triedach rovnakej pani učiteľky takmer všetci žiaci označili, že by úlohy tohto typu, podľa ich názoru, zlepšili vzťah ostatných žiakov ku geometrii. V ďalšej triede túto zmenu predpokladá takmer polovica žiakov. Aktivita Kúsok renesancie zaujala viac ako polovicu testovaných žiakov, pričom rovnaký počet žiakov označil, že by aktivity tohto typu podľa ich názoru zlepšili vnímanie geometrie ostatnými žiakmi.

Z pozorovaní reakcií žiakov pri testovaní jednotlivých aktivít vyplýva, že aktivity je vhodnejšie zaradiť ako aplikáciu prebraného učiva. Tiež nemalo záležať na postoji učiteľa – pri

jeho „zdravom“ prístupe žiaci úlohy bez problémov zvládajú a vytvárajú relatívne správne a esteticky pekné riešenia. V prípade, že učiteľ žiakom rozdá pracovné listy bez väčšieho záujmu ako samostatnú prácu, bez toho aby ich vhodne usmerňoval a zodpovedal prípadné otázky, žiaci dosahujú výrazne horšie výsledky. Na základe pozorovaní môžeme povedať, že väčšinu žiakov v deviatich testovaných triedach aktivity zaujali (v jednej triede zaujala úloha ako taká, mierny problém nastal s realizáciou, pretože testovanie nebolo plánované a žiaci nemali pomôcky), dve triedy nemôžeme hodnotiť, nakoľko sme neboli prítomní v triede a v jednej triede bol záujem nižší, čo pripisujeme trochu „vľaznejšiemu“ prístupu učiteľky.

Z rozhovorov s učiteľmi je zrejmé, že testované časti aktivít boli pre žiakov zaujímavé a oslovili ich. Asi najvýpovednejší je komentár pani učiteľky, v ktorom spomínala, že keď dala piatakom do písomky na celok súmernosti prekresliť trojuholník v osovej súmernosti, pýtali sa, či majú urobiť iba niečo také triviálne, keď už robili niečo lepšie. Potešujúci je aj prístup dopytovaných učiteľov k navrhnutým aktivitám, pretože povedali, že sú pekne urobené a určite by – s ohľadom na ich vyťaženosť a nedostatok času – uvítali viacej aktivít podobného typu, ktoré by mohli zaradiť do vyučovania.

Platnosť a pravdivosť nášho výskumu sme kontrolovali pomocou triangulácie údajov. Keďže ohlasy väčšiny žiakov boli kladné, prípadne neutrálne (iba jednotlivci, ktorí geometriu nemajú radi, sa vyjadrili negatívne, čo je ale pochopiteľné, aj vzhľadom na malý počet testovaných úloh), ako vyplynulo z vyhodnotení dotazníkov a pozorovaní, a aj názory učiteľov, so ktorými sme urobili rozhovory, boli veľmi priaznivé voči nami navrhnutým aktivitám, považujeme nami urobený výskum za platný a pravdivý s ohľadom na časové možnosti doktorandského štúdia. Myslíme si, že má zmysel úlohy z nami vytvoreného súboru a im podobné zaradiť do základškolského aj stredoškolského vyučovania geometrie. Naše zistenia možno stručne sformulovať takto:

- Väčšinu testovaných žiakov nami navrhnuté testované úlohy zaujali, k výraznejšiemu zlepšeniu ich vzťahu ku geometrii by však bolo potrebné urobiť s nimi viacej úloh tohto typu.
- Väčšina testovaných žiakov uvádza, že by podľa ich názoru úlohy tohto typu mohli viesť ku zlepšeniu žiackeho vzťahu ku geometrii.
- Ak testovaný žiak geometriu nemá rád, niekoľko vybraných úloh v rámci testovaní jeho postoj nezmení.
- Vzťah testovaných žiakov k vypracovaniu úloh ovplyvňuje správanie učiteľa. Ak učiteľ uvedie aktivitu s vhodným odôvodnením a záujmom / patričným nadšením, aj výsledky žiakov sú lepšie.

- U testovaných žiakov výrazne klesá chuť pracovať, ak nemajú k dispozícii všetky potrebné pomôcky (napr. v dôsledku toho, že o geometrickej aktivite vopred nevedeli).

Uvedomujeme si, že vyslovené tvrdenia by bolo možné ďalej spresňovať na základe ďalších testovaní. S ohľadom na časové možnosti doktorandského štúdia a obmedzený počet tried, v ktorých je možné v danom období geometrickú tému testovať, sme sa rozhodli výskum zaradený do dizertačnej práce v tejto fáze ukončiť, pričom dané aktivity budeme v budúcnosti aj naďalej testovať v praxi podľa našich možností.

## Záver práce

V predloženej dizertačnej práci sme sa zaoberali zaradením aplikačných úloh s umelecko-historickým kontextom do vyučovania geometrie. Hlavným cieľom práce bolo vytvoriť súbor úloh aplikačného charakteru zoskupených do niekoľkých aktivít vrátane podrobných metodických materiálov pre učiteľov, pričom sa rozhodli testovať, či sú tieto úlohy pre žiakov zvládnuteľné a skúmať, či ich zaujmú a majú potenciál zlepšiť žiacky vzťah ku geometrii.

Na základe nami urobeného prieskumu medzi prvákmi na vysokej škole (FMFI UK a PriF UK) sme zistili, že opýtaní žiaci sa s aplikačnými úlohami počas ich štúdia na základných a stredných školách stretli iba málo a zaradenie úloh tohto typu by uvítali. Navyše napísali, že s témami aktivít, ktoré sme sa rozhodli vytvoriť, sa nestretli a považovali by ich za zaujímavé.

Dokopy sme vytvorili súbor 28 geometrických aplikačných úloh zoskupených do 5 aktivít. Pri testovaní vybraných úloh z aktivít Antistresové omaľovánky, Teselácie a Escherove mozaiky, Gotické ornamentey a Kúsok renesancie sme dokopy sme navštívili 15 tried a testovali u 6 učiteľov s rôznou dĺžkou praxe. Testovanie častí aktivít a následné vyplnenie dotazníkov (PO) ukázalo, že pomerne veľa testovaných žiakov reaguje na tento typ úloh pozitívne, žiaci považujú úlohy za atraktívne, pričom niektorí pripustili zlepšenie svojho vzťahu ku geometrii. Pomerne veľa žiakov zastáva názor, že úlohy tohto typu majú potenciál zlepšiť postoj ostatných žiakov ku geometrii. To, že sa žiakom aktivity páčili, potvrdzujú aj učitelia, so ktorými sme urobili rozhovory. Za pozitívne považujeme aj to, že títo učitelia by uvítali viacej podobne spracovaných aktivít, pretože ich považujú za zmysluplné a keďže existujú aj metodické materiály, stačí si ich iba prečítať a premyslieť ako bude hodina vyzeráť, teda sú výraznou úsporou ich času.

Výskum sme robili kvalitatívnym spôsobom a využili sme dizajn fenomenologickej analýzy, platnosť a pravdivosť sme overovali trianguláciou údajov. Najprv sme ale vyhodnotili pracovné listy, či sú pre žiakov zvládnuteľné. Väčšina testovaných žiakov si s nimi dokázala poradiť. Následne sme teda porovnali výsledky dotazníka (PO), pozorovaní a rozhovorov s učiteľmi. Uvedené metódy nám poskytli porovnateľné výsledky, čo nám dovoľuje výsledky výskumu pokladať za platné a pravdivé.

Realizovaný didaktický výskum naznačuje pozitívny vplyv aplikačných úloh na vnímanie geometrie žiakmi. Overenie tohto tvrdenia však vyžaduje ďalšie skúmanie a najmä častejšie zaradovanie týchto úloh do vyučovania. Miera zmeny vzťahu ku geometrii žiakmi by mohla byť námetom na ďalší výskum.



## Použitá literatúra

- [1] ASKEW Mike – EBBUTTOVÁ Sheila, *Geometrie bez (m)učení*, Grada Publishing, Praha, 2012, ISBN 978-80-2474125-3
- [2] BELLINGS Robert William, *Illustrations of Geometric tracery from the panneling belonging to Carlisle Cathedral*, Published by Thomas and William Boone, London, 1842
- [3] BOEKAERTS Monique, *Motivation to learn*, International Academy of Education, Educational Practices series -10
- [4] BURSILL-HALL Piers, *Why do we study geometry? Answers through the ages*, University of Cambridge, Department of Pure Mathematics and Mathematical Statistics, 2002
- [5] BLUNÁROVÁ Jana, *Argumentácia žiakov ZŠ v planimetrii – Autoreferát dizertačnej práce*, Bratislava, Univerzita Komenského Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, 2011
- [6] CRESWELL John W., *Research Design – Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*, Sage publications Los Angeles, 2009, ISBN 978-1-4129-6557-6
- [7] CSACHOVÁ Lucia, *Escher ako učiteľ*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Jednota českých matematiků a fyziků, 2010
- [8] CSACHOVÁ Lucia, *Pravidelné a náhodné teselácie vo vyučovaní matematiky - Dizertačná práca*, Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, Praha, 2010
- [9] DILLINGEROVÁ Monika - SLAVÍČKOVÁ Mária– VANKÚŠ Peter, *Základy metodológie výskumu v Teórii vyučovania matematiky – Príklady realizovaných výskumov*, Bratislava, Univerzita Komenského Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, 2013, ISBN 978-80-8147-018-9
- [10] EBERLEIN G., GRÜNEWALD F., *Der Werkzeichner – Ein Praktisches Handbuch zum Zeichnen und Entwerfen gotischer Masswerke, Profile etc.*, Verlag von J. L. Lotzbeck, Nürnberg
- [11] ELAM Kimberly, *Geometry of design*, Princeton Architectural Press, New York, 2001, ISBN 1-56898-249-6
- [12] ELLIS Irena, *M. C. Escher a jeho magie*, Slovart CZ, Praha, 2009, ISBN 978-80-7391314-4
- [13] FERJENČÍK Ján, *Úvod do metodologie psychologického výzkumu*, Portál, Praha, 2010, ISBN 978-80-7367815-9
- [14] GAVORA Peter a kol., *Elektronická učebnica pedagogického výskumu* [online], Bratislava, Univerzita Komenského, 2010. Dostupné na <http://www.e-metodologia.fedu.uniba.sk/> ISBN 978-80-223-2951-4
- [15] GAVORA Peter, *Sprievodca metodológiou kvalitatívneho výskumu*, Bratislava, Univerzita Komenského Bratislava, 2007, ISBN 978-80-223-2317-8
- [16] HALAT Erdogan – JAKUBOWSKI Elisabeth – AYDIN Nuh, *Reform-Based Curriculum and Motivation in Geometry*, Eurasia Journal of Mathematics , Science&Technology Education, 2008, str. 285-292
- [17] HEJNÝ Milan a kol., *Teória vyučovania matematiky 2*, Bratislava, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1990, ISBN 80-08-01344-3
- [18] HEJNÝ Milan – KUŘINA František, *Dítě, škola a matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování*, Praha, Portál 2001, 2009, ISBN 978-80-7367-397-0
- [19] HENDL Jan, *Kvalitativní výzkum: základní teorie, metody a aplikace*, Praha, Portál, 2008, 2012, ISBN 978-80-262-0291-6
- [20] HYLSKÁ Barbora, *Kružby na katedrále sv. Barbory v Kutné Hoře - Bakalářská práce*, Masarykova univerzita v Brně, Přírodovědecká fakulta, Brno, 2008
- [21] HYLSKÁ Barbora, *Geometrie českých gotických katedrál - Diplomová práce*, Masarykova univerzita v Brně, Přírodovědecká fakulta, Brno, 2010

- [22] JEREMIES Christian – JEREMIES Fabian – BIEBER Oliver, *Mandaly pro děti*, Vemag, Köln, rok neuvedený, ISBN 978-3-625-17054-9
- [23] KAZDOVÁ Milada, *Katedrála Notre Dame de Paris vo vyučovaní – Rigorózna práca*, Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky fyziky a informatiky, Bratislava 2016
- [24] KAZDOVÁ Milada, *Katedrála Notre Dame de Paris vo vyučovaní matematiky*, Zborník študentskej vedeckej konferencie, Univerzita Komenského Bratislava, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, 2016.
- [25] KAZDOVÁ Milada, *Netradičná planimetria – pokrytia roviny a Escherove mozaiky*, Matematika – fyzika – informatika (prijaté k opublikovaniu)
- [26] KAZDOVÁ Milada, *Využitie gotických ornamentov na hodinách geometrie*, Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, 2016, Plzeň: Vydavatelský servis, 2016, ISBN 978-80-86843-51-3
- [27] KAZDOVÁ Milada, *Aplikačné úlohy na hodinách geometrie*, Dva dni s didaktikou matematiky 2016 [elektronický zdroj], Bratislava: Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK, 2016, ISBN 978-80-8147-075-2
- [28] KAZDOVÁ Milada, *Antistresové omalovánky*, Dva dny s didaktikou matematiky 2016 [elektronický zdroj], Praha: Pedagogická fakulta UK (prijaté k opublikovaniu)
- [29] KORONCI BABINSKÁ Martina, *Reálny kontext matematických úloh jako motivačný faktor – Dizertačná práca*, Univerzita Komenského v Bratislave, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Bratislava, 2015
- [30] KRÍŽEK M. – ŠOLC J., *Od Keplerových mozaik k pětičetné symetrii*, Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Jednota českých matematiků a fyziků, 2009
- [31] KUBÁČEK Zbyněk, *Matematika pre 1. ročník gymnázií 2. časť*, Bratislava, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 2010, ISBN 978-80-10-01827-7
- [32] KUBÁČEK Zbyněk, *Matematika pre 2. ročník gymnázií a 6. ročník gymnázií s osemročným štúdiom 1. časť*, Bratislava, Orbis Pictus Istropolitana, 2009, ISBN 978-80-7158-983-9
- [33] KUBÁČEK Zbyněk, *Matematika pre 2. ročník gymnázií a 6. ročník gymnázií s osemročným štúdiom 2. časť*, Bratislava, Orbis Pictus Istropolitana, 2010, ISBN 978-80-7158-984-6
- [34] KUBÁČEK Zbyněk, *Matematika pre 3. ročník gymnázia a 7. ročník gymnázia s osemročným štúdiom 1. časť*, Bratislava, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, ISBN 978-80-10-02288-5
- [35] KUBÁČEK Zbyněk, *Matematika pre 3. ročník gymnázia a 7. ročník gymnázia s osemročným štúdiom 2. časť*, Bratislava, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 2013, ISBN 978-80-10-02289-2
- [36] KUBÁČEK Zbyněk – ČERNEK Pavol – ŽABKA Ján, *Matematika a svet okolo nás*, Európsky sociálny fond, vydavateľstvo Mgr. Pavol Cibulka, 2008, ISBN 978-80-969950-1-1
- [37] KUBÁČEK Zbyněk – KOSPER F. – TOMACHOVÁ A. – KORŠŇÁKOVÁ P., *PISA SK 2003 Národná správa*, Bratislava, Štátny pedagogický ústav 2004
- [38] MASON Marguerite, *The van Hiele Levels of Geometric Understanding*, Professional Handbook for Teachers, Geometry: Explorations and Applications
- [39] MOLNÁR Josef - SCHUBERTOVIÁ Slavomíra - VANĚK Vladimír, *Konstruktivismus ve vyučování matematice*, Olomouc, Univerzita Palackého v Olomouci, Přírodovědecká fakulta, 2007
- [40] PETTY Geoff, *Moderní vyučování*, Praha, Portál, 2013, ISBN 978-80-262-0367-4
- [41] PIJÁK Vladimír – ŠEDIVÝ Ondrej – GRAJCAR Michal – ZAŤKO Valent, *Konstruktivná geometria pre matematicko-fyzikálne a pedagogické fakulty*, Bratislava, Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1985

- [42] POLÁK Josef, *Didaktika matematiky. Jak učit matematiku zajímavě a užitečně*, Plzeň, Fraus 2014, ISBN 978-80-7238-449-5
- [43] POMYKALOVÁ Eva, *Matematika pro gymnázia – Planimetrie*, Praha, Prometheus, 1993, ISBN 978-80-7196-358-5
- [44] POMYKALOVÁ Eva, *Matematika pro gymnázia – Stereometrie*, Praha, Prometheus, 1995, ISBN 978-80-7196-389-9
- [45] REGECOVÁ Michaela, *Použitie vektorového počtu pri riešení planimetrických úloh na strednej škole – Pisomná časť dizertačnej skúšky*, Bratislava, Univerzita Komenského, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, 2002
- [46] RUMANOVÁ Lucia – SMIEŠKOVÁ Edita, *Gotické ornamente ako motivačný prostriedok vo vyučovaní*, *Obzory matematiky, fyziky a informatiky*, 4/2014
- [47] SCRIBA C.J. – SCHREIBER P., *5000 Jahre Geometrie – Geschichte, Kulturen, Menschen*, Berlin, Heidelberg, 2005, ISBN 3-540-22471-8
- [48] SILVERMANN David, *Ako robiť kvalitatívny výskum*, Bratislava, Ikar, 2005, ISBN 8055109044
- [49] SKUTIL Martin a kol., *Základy pedagogicko-psychologického výskumu pro studenty učitelství*, Praha, Portál, 2011, ISBN 978-80-7367-778-7
- [50] STEHLÍKOVÁ Nad'a – CACHOVÁ Jana, *Konstruktivistické prístupy k vyučovaniu a praxe*, JČMF 2006
- [51] STRUHÁR Alioz, *Geometrická harmónia historickej architektúry na Slovensku*, Pallas, Bratislava, 1977
- [52] ŠVARÍČEK Roman – ŠEĐOVÁ Klára, *Kvalitatívni výskum v pedagogických vedách*, Praha, Portál 2007, 2014, ISBN 978-80-262-0644-6
- [53] TESAŘOVÁ Aneta, *Geometrie v gotické architektuře - Bakalářská práce*, Masarykova univerzita v Brně, Přírodovědecká fakulta, Brno, 2008
- [54] VORÁČOVÁ Šárka, *Atlas geometrie – Geometrie krásná a užitečná*, Academia, Praha, 2012, ISBN 978-80-2001575-4
- [55] ZNÁM Štefan – BUKOVSKÝ Lev – HEJNÝ Milan – HVORECKÝ Jozef – RIEČAN Beloslav, *Pohľad do dejín matematiky*, Bratislava – Praha, ALFA – SNTL, 1986
- [56] ŽABKA Ján – ČERNEK Pavol, *Matematika pre 6. ročník ZŠ a 1. ročník gymnázií osemročným štúdiom*, Bratislava, Orbis Pictus Istropolitana, 2009, ISBN 978-80-7158-978-5
- [57] ŽABKA Ján – ČERNEK Pavol, *Matematika pre 7. ročník ZŠ a 2. ročník gymnázií osemročným štúdiom 1. časť*, Bratislava, Orbis Pictus Istropolitana, 2010, ISBN 978-80-8120-051-9
- [58] ŽABKA Ján – ČERNEK Pavol, *Matematika pre 7. ročník ZŠ a 2. ročník gymnázií osemročným štúdiom 2. časť*, Bratislava, Orbis Pictus Istropolitana, 2011, ISBN 978-80-8120-050-2
- [59] ŽABKA Ján – ČERNEK Pavol, *Matematika pre 8. ročník ZŠ a 3. ročník gymnázií osemročným štúdiom 1. časť*, Bratislava, Orbis Pictus Istropolitana, 2013, ISBN 978-80-8120-255-1
- [60] ŽABKA Ján – ČERNEK Pavol, *Matematika pre 8. ročník ZŠ a 3. ročník gymnázií osemročným štúdiom 2. časť*, Bratislava, Orbis Pictus Istropolitana, 2012, ISBN 978-80-8120-125-7
- [61] ŽILKOVÁ K., *Mnolehovníkové výplňové manipulácie príprave učiteľov pre preprimárne a primárne matematické vzdelávanie*, Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Tyrnaviensis, 2011

### Internetové zdroje:

- <http://vsmp.ch/dmk/Gotik/> (online september 2014)

- [umv.science.upjs.sk/index.php/kniznica/materialy-pre-ucitelov-matematiky](http://umv.science.upjs.sk/index.php/kniznica/materialy-pre-ucitelov-matematiky) (online september 2014)
- <http://www.teachmathematics.net/activities/escher-symmetry.htm#video> (online september 2014)
- [http://www.nucem.sk/documents/27/medzinarodne\\_merania/pisa/publikacie\\_a\\_diseminacia/4\\_inne/Prve\\_vysledky\\_Slovenska\\_v\\_studii\\_OECD\\_PISA\\_2015.pdf](http://www.nucem.sk/documents/27/medzinarodne_merania/pisa/publikacie_a_diseminacia/4_inne/Prve_vysledky_Slovenska_v_studii_OECD_PISA_2015.pdf) (online júl 2017)
- <http://www.csicr.cz/cz/Aktuality/Vysledky-PISA-2015-uroven-patnactiletých-záku-ve-v> (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents/25/maturita\\_2017/vysledky\\_spravy/Tlac\\_sprava\\_Maturita\\_2017\\_15052017.pdf](http://www.nucem.sk/documents/25/maturita_2017/vysledky_spravy/Tlac_sprava_Maturita_2017_15052017.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents/25/maturita\\_2017/vysledky\\_spravy/Prezentacia\\_MS-2017\\_final.pdf](http://www.nucem.sk/documents/25/maturita_2017/vysledky_spravy/Prezentacia_MS-2017_final.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2016/vysledky\\_spravy/Prezentacia\\_MS-2016\\_fin.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2016/vysledky_spravy/Prezentacia_MS-2016_fin.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2015/vsledky\\_vyhodnotenia/Prezentacia\\_MS\\_2015\\_final\\_040615.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2015/vsledky_vyhodnotenia/Prezentacia_MS_2015_final_040615.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2015/vsledky\\_vyhodnotenia/Sprava\\_o\\_EC\\_a\\_PFIC\\_MS\\_2015\\_final2.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2015/vsledky_vyhodnotenia/Sprava_o_EC_a_PFIC_MS_2015_final2.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2015/vsledky\\_vyhodnotenia/Priloha\\_k\\_Sprave\\_o\\_priebehu\\_a\\_vysledkoch\\_EC\\_a\\_PFIC\\_MS\\_2015\\_final2.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2015/vsledky_vyhodnotenia/Priloha_k_Sprave_o_priebehu_a_vysledkoch_EC_a_PFIC_MS_2015_final2.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents/26/testovanie\\_9\\_2017/vysledky\\_t9\\_2017/Prezentacia\\_Vysledky\\_T9-2017.pdf](http://www.nucem.sk/documents/26/testovanie_9_2017/vysledky_t9_2017/Prezentacia_Vysledky_T9-2017.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_2016/vysledky\\_spravy/Fin\\_Prezentacia\\_T9-2016\\_1\\_8\\_2016.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2016/vysledky_spravy/Fin_Prezentacia_T9-2016_1_8_2016.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_2015/Prezentacia\\_T9\\_2015\\_final.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2015/Prezentacia_T9_2015_final.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_2015/Zakladne\\_informacie\\_o\\_vysledkoch\\_T9-2015\\_final.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2015/Zakladne_informacie_o_vysledkoch_T9-2015_final.pdf) (online júl 2017)
- [http://www.nucem.sk/documents/25/maturita\\_2014/Prezentacia\\_MS\\_2014\\_30052014.pdf](http://www.nucem.sk/documents/25/maturita_2014/Prezentacia_MS_2014_30052014.pdf) (online 10.9.2014)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2013/vysledky\\_analyzy/prezentacia\\_MS\\_2013\\_290513.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2013/vysledky_analyzy/prezentacia_MS_2013_290513.pdf) (online 10.9.2014)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2012/vysledky\\_analyzy/Sprava\\_EC\\_a\\_PFIC\\_MS\\_2012.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2012/vysledky_analyzy/Sprava_EC_a_PFIC_MS_2012.pdf) (online 10.9.2014)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2012/vysledky\\_analyzy/Priloha\\_k\\_Sprave\\_MS\\_2012.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2012/vysledky_analyzy/Priloha_k_Sprave_MS_2012.pdf) (online 10.9.2014)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2011/vysledky\\_analyzy/EC\\_MS\\_2011\\_Prezentacia\\_na\\_web.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2011/vysledky_analyzy/EC_MS_2011_Prezentacia_na_web.pdf) (online 10.9.2014)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2011/vysledky\\_analyzy/Spr%C3%A1va\\_o\\_v%C3%BDsledkoch\\_EC\\_a\\_PFIC\\_MS\\_2011\\_matematika\\_fin.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2011/vysledky_analyzy/Spr%C3%A1va_o_v%C3%BDsledkoch_EC_a_PFIC_MS_2011_matematika_fin.pdf) (online 10.9.2014)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2010/vysledky\\_a\\_analyzy/sprava\\_MAT\\_MS2010.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2010/vysledky_a_analyzy/sprava_MAT_MS2010.pdf) (online 13.1.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//25/maturita\\_2009/vysledky\\_a\\_vyhodnotenie/Sprava\\_EC\\_MS\\_2009\\_MA.pdf](http://www.nucem.sk/documents//25/maturita_2009/vysledky_a_vyhodnotenie/Sprava_EC_MS_2009_MA.pdf) (online 25.9.2014)
- <http://www.siov.sk/statne-vzdelavacie-programy/9411s> (online 9.1.2015)
- [http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/rup3\\_sjog.pdf](http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/rup3_sjog.pdf) (online 13.1.2015)
- <http://www.siov.sk/svp-na-sos-pre-vseobecne-vzdelavanie/21653s> (online 13.1.2015)
- [www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/vzdelavacie\\_oblasti/matematika\\_isced3a.pdf](http://www.statpedu.sk/files/documents/svp/gymnazia/vzdelavacie_oblasti/matematika_isced3a.pdf) (online 12.1.2015)
- [www.siov.sk/standardy-pre-vyucovanie-matematiky-na-sos--spu/11644s](http://www.siov.sk/standardy-pre-vyucovanie-matematiky-na-sos--spu/11644s) (online 12.1.2015)
- [www.surynkova.info/dokumenty/ja/Prezentace/mezirici\\_2010.pdf](http://www.surynkova.info/dokumenty/ja/Prezentace/mezirici_2010.pdf) (online 28.1.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//27/medzinarodne\\_merania/pisa/publikacie\\_a\\_diseminacia/4\\_inne/Priloha\\_PISA\\_2012.pdf](http://www.nucem.sk/documents//27/medzinarodne_merania/pisa/publikacie_a_diseminacia/4_inne/Priloha_PISA_2012.pdf) (online 31.1.2015)

- <https://www.minedu.sk/vysledky-slovenskych-15-rocnych-ziakov-sa-podla-medzinarodnej-studie-oecd-pisa-2012-zhorsili/> (online 31.1.2015)
- <https://www.minedu.sk/data/att/6077.pdf> (online 31.1.2015)
- [www.artmuseum.cz](http://www.artmuseum.cz) (online 10.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents/26/testovanie\\_9\\_2014/Sprava\\_T9\\_FINAL\\_2.pdf](http://www.nucem.sk/documents/26/testovanie_9_2014/Sprava_T9_FINAL_2.pdf) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_2013/Sprava\\_T9\\_2013\\_v2.3.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2013/Sprava_T9_2013_v2.3.pdf) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_2012/Spr%C3%A1va\\_T9-2012\\_final.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2012/Spr%C3%A1va_T9-2012_final.pdf) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_2011/Final\\_Spr%C3%A1va\\_T9-2011.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2011/Final_Spr%C3%A1va_T9-2011.pdf) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_2010/Vysledky\\_a\\_statistiky\\_T9\\_2010\\_final.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2010/Vysledky_a_statistiky_T9_2010_final.pdf) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_2010/Sprava\\_T9-2010.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9_2010/Sprava_T9-2010.pdf) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/final\\_Sprava\\_09.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/final_Sprava_09.pdf) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/Sprava\\_T9\\_na\\_web1.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/Sprava_T9_na_web1.pdf) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_\\_2008/spravaM9\\_08.](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9__2008/spravaM9_08.) (online 20.2.2015)
- [http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie\\_9\\_\\_2008/Microsoft\\_Word\\_-\\_261108\\_Sprava\\_citatelska\\_jazykova\\_matematicka\\_gramotnost.pdf](http://www.nucem.sk/documents//26/testovanie_9__2008/Microsoft_Word_-_261108_Sprava_citatelska_jazykova_matematicka_gramotnost.pdf) (online 20.2.2015)

## **Publikované práce súvisiace s problematikou**

- Kazdová M., **Netradičná planimetria – pokrytia roviny a Escherove mozaiky**, 2013. Matematika - informatika - fyzika [prijaté].
- Kazdová M., **Rozeta katedrály Notre Dame de Paris vo vyučovaní matematiky**, 2016. Sborník z konferencie Dva dny s didaktikou matematiky, Praha 2016.
- Kazdová M., **Využitie gotických ornamentov na hodinách geometrie**, 2016. Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2016. Plzeň: Vydavatelský servis, 2016.
- Kazdová M., **Aplikačné úlohy na hodinách geometrie**, 2016. Zborník z konferencie Dva dni s didaktikou matematiky, Bratislava 2016.
- Kazdová M., **Antistresové omal'ovánky**, 2017. Sborník z konferencie Dva dny s didaktikou matematiky, Praha 2017 [prijaté].

## **Vystúpenia na konferenciách súvisiace s problematikou**

### **Dva dny s didaktikou matematiky 2016, PedF UK Praha**

- Príspevok: Rozeta katedrály Notre Dame de Paris vo vyučovaní matematiky.

### **Dva dni s didaktikou matematiky 2016, FMFI UK Bratislava**

- Príspevok: Aplikačné úlohy na hodinách geometrie.

### **Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol 2016, Srní**

- Príspevok: Využitie gotických ornamentov na hodinách geometrie.

### **Dva dny s didaktikou matematiky 2017, PedF UK Praha**

- Príspevok: Antistresové omal'ovánky.