



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky



Milan Jurči

Autoreferát dizertačnej práce

GRAVITAČNÉ ÚČINKY GALAXIÍ

na získanie akademického titulu philosophiae doctor

**v odbore doktorandského štúdia:
4.1.7 Astronómia a 4.1.8 Astrofyzika**

Miesto a dátum: Bratislava, 12.6.2013

Dizertačná práca bola vypracovaná v dennej forme doktorandského štúdia na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

Predkladateľ: Mgr. Milan Jurči
Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie
FMFI UK, Mlynská dolina
842 48 Bratislava

Školiteľ: doc. RNDr. Jozef Klačka, PhD.
Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie
FMFI UK, Mlynská dolina
842 48 Bratislava

Oponenti: Prof. RNDr. Peter Prešnajder, DrSc.
Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky
FMFI UK, Mlynská dolina
842 48 Bratislava

RNDr. Ladislav Hric, CSc.
Astronomický ústav SAV
059 60 Tatranská Lomnica

RNDr. Rudolf Gális, PhD.
Katedra teoretickej fyziky a astrofyziky
Prírodovedecká fakulta UPJŠ
Park Angelium 9
040 01 Košice

Obhajoba dizertačnej práce sa koná 20.8.2013 o 14:00 h

pred komisiou pre obhajobu dizertačnej práce v odbore doktorandského štúdia vymenovanou predsedom odborovej komisie 12.6.2013 v študijnom odbore 4.1.7 Astronómia a 4.1.8 Astrofyzika, študijný program Astronómia a Astrofyzika.
Obhajoba sa bude konať v posluchárni C na FMFI UK.

Predseda odborovej komisie:
doc. RNDr. Jozef Klačka, PhD.
Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie
FMFI UK, Mlynská dolina
842 48 Bratislava

Obsah

Úvod	1
1 Členenie dizertačnej práce	2
2 Súhrn výsledkov	3
3 Prínos dizertačnej práce	10
Literatúra	13

Úvod

O tom, že existujú veľké systémy vo vesmíre, obsahujúce hviezdy, medzihviezdny plyn a prach, vieme len necelé storočie. Takéto systémy sa nazývajú galaxie. Príkladom je naša galaxia, Mliečna cesta, alebo jednoducho Galaxia. Mliečna cesta je špirálová galaxia s priečkou.

Pokiaľ chceme pochopiť fyziku v chovaní galaxií, musíme sa sústrediť aj na gravitačné účinky generované jednotlivými časťami galaxií. Tie nám umožňujú študovať pohyby jednotlivých galaktických objektov, keďže dominantnou interakciou na veľkých škálach je gravitačná interakcia. Aj vďaka takémuto prístupu sa štúdiom rotačných kriviek špirálových galaxií prišlo k záveru o existencii neviditeľnej hmoty, tmavej hmoty vo vesmíre. V dizertačnej práci sa sústredíme na hľadanie gravitačných potenciálov jednotlivých častí špirálových galaxií. Gravitačné potenciály umožňujú skúmať pohyby telies.

V práci sa sústredíme na opis jednotlivých častí špirálových galaxií a špeciálne Mliečnej cesty. Fyzikálny prístup k hľadaniu potenciálov jednotlivých častí Galaxie sa dá potom použiť aj na ostatné galaxie vo vesmíre. Sústredenie sa na našu galaxiu má výhodu v tom, že pre Galaxiu predsa len lepšie poznáme hodnoty parametrov používaných modelov. Navyše, Galaxia aspoň čiastočne ovplyvňuje aj slnečnú sústavu vo forme galaktických slapov. Popritom môžeme získať lepšiu predstavu o pohybe Slnka v Galaxii, pokiaľ nájdené gravitačné potenciály jednotlivých zložiek Galaxie použijeme aj v pohybovej rovnici opisujúcej pohyb Slnka v Mliečnej ceste.

Špirálové galaxie s priečkou pozostávajú z týchto hlavných častí: v centrálnej oblasti sa nachádza galaktická priečka, v oblasti galaktického rovníka je galaktický disk obsahujúci špirálové ramená a všetky tieto časti sú vnorené do obrovskej, približne sférickej časti, nazývanej galaktickým halom. Rozmer hala sa v prípade našej galaxie odhaduje na 400 až 500 kiloparsekov, keďže jeho dominantnou časťou je tmavá hmota. Uvedme, že rozmer disku so svietiacou hmotou je asi 30 kiloparsekov.

Dizertačná práca je teoreticky ladenou prácou zameranou na lepšie pochopenie a fyzikálny popis jednotlivých častí Galaxie. Je to cieľ práce. V dizertačnej práci sa sústreďujeme hlavne na galaktickú priečku a galaktický disk. Diskutuje a porovnáva sa v nej vždy niekoľko rôznych prístupov, vrátane vlastných. Takže okrem prvej kapitoly, všetky ostatné kapitoly obsahujú výsledky našich vlastných výskumov, ktoré sa nám podarilo dostať do matematicky a fyzikálne konzistentných tvarov, prezentovaných v jednotlivých kapitolách a sústredných v našich článkoch (Klačka a kol. 2012, Klačka a kol. 2013a, Klačka a kol. 2013b, Klačka a kol. 2013c).

Na základe našich výsledkov môžeme povedať, že cieľom práce je poskytnúť matematický, ale aj fyzikálny podklad pre súčasné aj budúce modely rozloženia hmoty v galaktickej priečke a galaktickom disku.

1 Členenie dizertačnej práce

Nosná časť dizertačnej práce pozostáva z nasledujúcich častí (kapitol):

Prvá kapitola, nesúca názov „Súčasný stav problematiky,“ predkladá prehľad súčasného stavu poznatkov hlavne o našej galaxii, polohe a pohybe Slnka v rámci Galaxie, o galaktickej priečke, galaktickom disku a galaktickom hale.

Druhá kapitola je venovaná galaktickej priečke. Zameriava sa na odvodenie potenciálu priečky pomocou multipólového rozvoja. V odvodenom potenciáli vystupujú parametre, ktoré treba určiť na základe pozorovaní.

Tretia kapitola sa venuje galaktickému disku. Najskôr sa rozoberajú zaužívané prístupy k problematike galaktických diskov v podobe tzv. rovinných (žiletkovitých) diskov, ich obmedzení, nedostatkov a fyzikálnych nezrovnalostí s nimi spojených. Pozornosť je venovaná aj analýze často používaného tzv. potenciálu „disk+halo,“ objavujúceho sa napríklad v prácach Famaey-ho a Minchev-a (2010), Minchev-a a Famaey-ho (2010), Minchev-a a kol. (2010), Minchev-a a kol. (2011). Potom sú predstreté dva modely priestorového rozloženia hmoty v galaktickom disku, a to: dvojexponenciálny model a exponenciálno-hyperbolický model. Uvažované sú aj rôzne hodnoty parametrov v rámci týchto modelov: dvojexponenciálny disk pozostávajúci z hviezdnej časti a plyno-prachovej časti z práce Maoz-a (2007) a dvojexponenciálny disk členený na tenký a hrubý podľa článku McMillan-a (2011), exponenciálno-hyperbolický disk s parametrami z článku Grand-a a kol. (2012) a D’Onghia-ovej a kol. (2013). Je nájdené presné riešenie Poissonovej rovnice pre gravitačné pole, s nulovými okrajovými podmienkami v nekonečne, pomocou Abelovej transformácie. Úloha má jednoznačné riešenie - gravitačný potenciál v tvare nevlastného integrálu. Prínosom prístupu je práve to, že výsledok nie je zaťažovaný žiadnym matematickým priblížením. Možno ho teda využiť ako kľúčový výsledok, vzhľadom ku ktorému sa dá posudzovať vierohodnosť rôznych priblížení, napríklad rovinných diskov (pokiaľ ide o ich zavedenie, viď napríklad Toomre 1963, dosť podrobne sú žiletkovité disky diskutované napríklad v monografii Binney-ho a Tremaine-a, 1987, 2008). Všeobecné riešenie Poissonovej rovnice aplikujeme na nájdenie potenciálu pre dvojexponenciálny disk. Venujeme sa aj rozboru niektorých charakteristík potenciálu. Rozoberáme tiež exponenciálno-hyperbolický disk, používaný napríklad v článkoch Grand-a a kol. (2012) alebo D’Onghia-ovej a kol. (2013). Opäť vyriešime Poissonovu rovnicu pre gravitačné pole a nájdený potenciál po-

rovnávame s úvahami v článku D’Onghia-ovej a kol. (2013). Pre úplnosť sa rozoberie aj hojne používaný potenciálový model galaktického disku Dauphole-a a Colin-a (1995), kde netreba riešiť Poissonovu rovnicu, keďže potenciál je priamo zadaný. Na konci kapitoly sa diskutujú a porovnávajú rotačné krivky zodpovedajúce rôznym modelom galaktického disku.

Štvrtá kapitola pojednáva veľmi stručne o špirálových ramenách. Zadaný je potenciál špirálových ramien vrátane možných dostupných hodnôt parametrov. Keďže problematikou špirálových ramien sme sa v dizertačnej práci podrobnejšie nezaoberali (a navyše ich fyzikálna podstata nie je doposiaľ pochopená), ich model zodpovedá článkom Klačku a kol. (2012) a Klačku a kol. (2013a), ktoré sa snažia rešpektovať údaje z pozorovaní lepšie, ako je to v prácach Famaey-ho a Minchev-a (2010), Minchev-a a Famaey-ho (2010), Minchev-a a kol. (2010), Minchev-a a kol. (2011).

V piatej kapitole je diskutované galaktické halo. Na začiatku je rozobratých niekoľko modelov galaktického hala. Pre každý model sa odvodí hmotnosť a rotačná krivka zodpovedajúca halu. Určí sa tiež orbitálna (obežná) rýchlosť pre oblasť Slnka zodpovedajúca halu na základe údajov o celkovej kruhovej rýchlosti Slnka a na základe kruhových rýchlostí zodpovedajúcich ostatným zložkám Galaxie, priečky a disku. Pod pojmom kruhová rýchlosť rozumieme veľkosť rýchlosti telesa pohybujúceho sa po kružnici okolo galaktického stredu.

Šiesta kapitola ponúka príklad využitia toho, čo sa nazbieralo v predošlých kapitolách. Skúma sa pohyb Slnka okolo stredu Galaxie počas miliardy rokov. Zostaví sa pohybová rovnica, do ktorej vstupujú potenciály priečky, disku, hala a špirálových ramien, preberané v kapitolách 2-5. Stanovia sa počiatočné podmienky, približne zodpovedajúce súčasnej polohe a rýchlosti Slnka vzhľadom na stred Galaxie. Na základe numerických výpočtov sa dospeje k hodnotám radiálnej migrácie.

2 Súhrn výsledkov

Odvodili sme potenciál galaktickej priečky v priblížení kvadrupólového rozvoja

$$\Phi_{priečka}(\vec{r}) = \Phi^{(0)}(\vec{r}) + \Phi^{(2)}(\vec{r}), \quad (1)$$

$$\Phi^{(0)}(\vec{r}) = -\frac{GM}{r}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \Phi^{(2)}(\vec{r}) &= -\frac{G Q_{11} (1 - Q_{22}/Q_{11})}{4r^5} \times X_{\Phi 2} \\ X_{\Phi 2} &= \frac{1 + Q_{22}/Q_{11}}{1 - Q_{22}/Q_{11}} (x^2 + y^2 - 2z^2) \\ &\quad + (x^2 - y^2) \cos(2\psi) + 2xy \sin(2\psi) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\psi = \Omega_b t + \psi_0,$$

vyjduvší zo všeobecného tvaru gravitačného potenciálu

$$\Phi(\vec{r}) = -G \int \frac{\varrho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3\vec{r}' ,$$

kde veličiny

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \int_{-\infty}^{\infty} \varrho(x, y, z) (2x^2 - y^2 - z^2) dV , \\ Q_{22} &= \int_{-\infty}^{\infty} \varrho(x, y, z) (2y^2 - x^2 - z^2) dV , \\ dV &\equiv dx dy dz , \end{aligned} \quad (4)$$

sú momenty zotrvačnosti, Ω_b je uhlová rýchlosť rotácie pričky, ψ_0 je počiatková fáza, M je hmotnosť pričky, G je gravitačná konštanta a $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Výraz (2) predstavuje monopólový, (3) kvadrupólový člen multipólového rozvoja. Dipólový člen vychádza nulový. Rozloženie hmoty v pričke, dané hustotou $\varrho(x, y, z)$, vchádza do potenciálu cez momenty (4). V dizertačnej práci sme uvažovali hustoty publikované v článkoch Stanek-a a kol. (1997) a Freudenreich-a a kol. (1998).

Našli sme riešenie

$$\Phi(R, z) = -4\pi G \int_0^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} dq \frac{A(k, q)}{k^2 + 4\pi^2 q^2} e^{2\pi i q z} J_0(kR) k \quad (5)$$

Newtonovej/Poissonovej rovnice

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[R \frac{\partial}{\partial R} \Phi(R, z) \right] + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Phi(R, z) = 4\pi G \varrho(R, z) \quad (6)$$

s okrajovými podmienkami

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \Phi(R, z) = 0 \quad (7)$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\partial}{\partial R} \Phi(R, z) = 0 \quad (8)$$

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \Phi(R, z) = 0 \quad (9)$$

$$\lim_{|z| \rightarrow \infty} \frac{\partial}{\partial z} \Phi(R, z) = 0 . \quad (10)$$

Veličina $\varrho(R, z)$ predstavuje hustotu disku danú konkrétnym modelom. Funkcia $A(k, q)$ je inverzná Abelova transformácia tejto hustoty:

$$A(k, q) = \int_0^{\infty} dR \int_{-\infty}^{\infty} dz \varrho(R, z) e^{-2\pi i q z} J_0(kR) R . \quad (11)$$

Našli sme presný gravitačný potenciál

$$\Phi(R, z) = -4\pi G \varrho_0 R_d^2 \int_0^\infty \frac{e^{-x|z|/h_d} - x e^{-|z|/h_d}}{1-x} \frac{J_0(xR/h_d)}{(1+x) \left[1+x^2 (R_d/h_d)^2\right]^{3/2}} dx \quad (12)$$

pre dvojexponenciálny tvar hustoty

$$\varrho(R, z) = \varrho_0 \exp\left(-\frac{R}{R_d}\right) \exp\left(-\frac{|z|}{h_d}\right). \quad (13)$$

Z výsledku (12) sme odvodili približný tvar

$$\Phi(R, z) = -4\pi G \varrho_0 R_d^2 \int_0^\infty \left(1 - \frac{1}{2} x \frac{z^2}{h_d^2}\right) \times \frac{J_0(xR/h_d)}{(1+x) \left[1+x^2 (R_d/h_d)^2\right]^{3/2}} dx \quad (14)$$

potenciálu pre oblasť blízko roviny galaktického rovníka (fyzikálne priblíženie) a z neho ešte druhé (matematické) priblíženie

$$\begin{aligned} \Phi(R, z) = & -2\pi G \varrho_0 h_d R \left[I_0\left(\frac{R}{2R_d}\right) K_1\left(\frac{R}{2R_d}\right) - I_1\left(\frac{R}{2R_d}\right) K_0\left(\frac{R}{2R_d}\right) \right] \\ & + 2\pi G \varrho_0 z^2 e^{-R/R_d}. \end{aligned} \quad (15)$$

Výraz (15) v prípade $z = 0$ zodpovedá rovinnému disku diskutovanému napríklad v monografii Galactic Dynamics od Binney-ho a Tremaine-a (1987,2008). K približným tvarom (14) a (15) sme vypočítali aj relatívne odchýlky od presného potenciálu (12). Z potenciálu (12) sme tiež odvodili presné zrýchlenie

$$\begin{aligned} a_z &= -4\pi G \varrho_0 \frac{R_d^2}{h_d} \operatorname{sgn}(z) \int_0^\infty \frac{e^{-x|z|/h_d} - e^{-|z|/h_d}}{(1-x)(1+x)} \frac{x J_0(xR/h_d)}{\left[1+x^2 (R_d/h_d)^2\right]^{3/2}} dx, \\ a_R &= -4\pi G \varrho_0 \frac{R_d^2}{h_d} \int_0^\infty \frac{e^{-x|z|/h_d} - x e^{-|z|/h_d}}{(1-x)(1+x)} \frac{x J_1(xR/h_d)}{\left[1+x^2 (R_d/h_d)^2\right]^{3/2}} dx, \end{aligned} \quad (16)$$

zrýchlenie v priblížení blízkosti roviny galaktického rovníka

$$\begin{aligned} a_z &\doteq -4\pi G \varrho_0 \frac{R_d^2}{h_d^2} z \int_0^\infty \frac{x J_0(xR/h_d)}{(1+x) \left[1+x^2 (R_d/h_d)^2\right]^{3/2}} dx \\ &\quad + 2\pi G \varrho_0 \frac{R_d^2}{h_d^3} z^2 \operatorname{sgn}(z) \int_0^\infty \frac{x J_0(xR/h_d)}{\left[1+x^2 (R_d/h_d)^2\right]^{3/2}} dx, \\ a_R &\doteq -4\pi G \varrho_0 \frac{R_d^2}{h_d} \int_0^\infty \left(1 - \frac{1}{2} x \frac{z^2}{h_d^2}\right) \frac{x J_1(xR/h_d)}{(1+x) \left[1+x^2 (R_d/h_d)^2\right]^{3/2}} dx \end{aligned} \quad (17)$$

a druhé (matematické) priblíženie

$$\begin{aligned} a_z &\doteq -4\pi G \varrho_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{|z|}{h_d}\right) z e^{-R/R_d}, \\ a_R &\doteq -4\pi G \varrho_0 h_d \frac{R}{2R_d} \left[I_0\left(\frac{R}{2R_d}\right) K_0\left(\frac{R}{2R_d}\right) - I_1\left(\frac{R}{2R_d}\right) K_1\left(\frac{R}{2R_d}\right) \right] + 2\pi G \varrho_0 \frac{z^2}{R_d} e^{-R/R_d}. \end{aligned} \quad (18)$$

Vypočítali sme príslušné relatívne chyby týchto priblížení. Výsledky (12)-(18) sme aplikovali na model disku Maoz-a (2007) a McMillan-a (2011).

Našli sme presný gravitačný potenciál

$$\begin{aligned}\Phi(R, z) &= -\frac{G M_d}{z_0} \int_0^\infty dk \int_{-\infty}^\infty dq \frac{k J_0(kR)}{[1 + (kR_h)^2]^{3/2}} \frac{F(q) \cos(2\pi qz)}{k^2 + (2\pi q)^2}, \\ F(q) &= 2\pi^2 (z_0)^2 q \operatorname{csch}(\pi^2 z_0 q)\end{aligned}\quad (19)$$

pre exponenciálno-hyperbolický model disku, daný hustotou

$$\begin{aligned}\varrho_\star(R, z) &= \varrho_0 \exp(-R/R_h) [\operatorname{sech}(z/z_0)]^2, \\ \varrho_0 &= M_d/(4\pi R_h^2 z_0),\end{aligned}\quad (20)$$

kde parametre R_h , z_0 , M_d sú uvedené v článku Grand-a a kol. (2012). Iné hodnoty týchto parametrov ponúka článok D'Onghia-ovej a kol. (2013). Porovnali sme presný potenciál (19) s potenciálom

$$\begin{aligned}\Phi(R, z) &= +\frac{GM_d z_0}{R_h^2} \exp\left[-\left(\frac{R}{R_h}\right)\right] \ln\left[\cosh\left(\frac{|z|}{z_0}\right)\right] \\ &\quad - \frac{GM_d}{R_h} y [I_0(y)K_1(y) - I_1(y)K_0(y)], \\ y &\equiv R/(2R_h)\end{aligned}\quad (21)$$

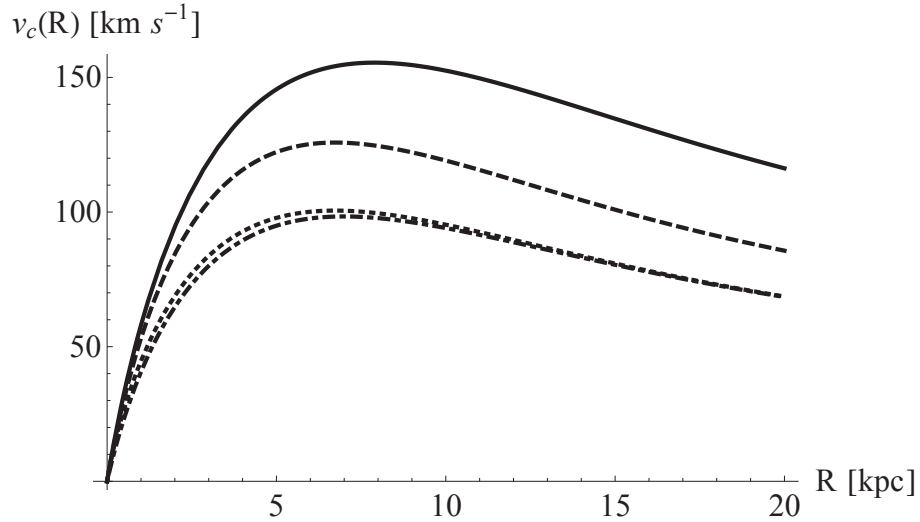
určeným na základe článku D'Onghia-ovej a kol. (2013). Porovnali sme taktiež presné zrýchlenie

$$\begin{aligned}a_R &= -\frac{GM_d}{z_0} \int_0^\infty dk \int_{-\infty}^\infty dq \frac{k^2 J_1(kR)}{[1 + (kR_h)^2]^{3/2}} \frac{F(q) \cos(2\pi qz)}{k^2 + 4\pi^2 q^2} dq, \\ a_z &= -\frac{2\pi GM_d}{z_0} \int_0^\infty dk \int_{-\infty}^\infty dq \frac{k J_0(kR)}{[1 + (kR_h)^2]^{3/2}} \frac{q F(q) \sin(2\pi qz)}{k^2 + 4\pi^2 q^2} dq, \\ F(q) &= 2\pi^2 z_0^2 q \operatorname{csch}(\pi^2 z_0 q),\end{aligned}\quad (22)$$

odvodené zo vzťahu (19), so zrýchlením

$$\begin{aligned}a_z &= \frac{GM_d}{R_h^2} e^{-R/R_h} \tanh\left(\frac{z}{z_0}\right), \\ a_R &= \frac{GM_d z_0}{R_h^3} e^{-R/R_h} \ln \cosh\left(\frac{z}{z_0}\right) + \frac{GM_d}{2R_h^2} [I_0(y)K_1(y) - I_1(y)K_0(y)] \\ &\quad + \frac{GM_d y}{2R_h^2} [I_0'(y)K_1(y) + I_0(y)K_1'(y) - I_1'(y)K_0(y) - I_1(y)K_0'(y)], \\ y &= \frac{R}{2R_h},\end{aligned}\quad (23)$$

uvedeným v článku D'Onghia-ovej a kol. (2013).



Obr. 1: Porovnanie rotačných kriviek hviezdnej časti galaktického disku rôznych modelov a prístupov. Plnou čiarou je znázornená rotačná krivka vychádzajúca z potenciálu (12) - presného riešenia Poissonovej rovnice pre hviezdnu časť Maoz-ovho modelu dvojexponenciálneho disku. Prerušovanou čiarou (druhou zhora) je znázornená rotačná krivka vychádzajúca z potenciálu (19) exponenciálno-hyperbolického disku s parametrami prevzatými z článku Grand-a a kol. (2012). Bodkovanou čiarou (druhou zdola) je znázornená rotačná krivka vychádzajúca z potenciálu (19) exponenciálno-hyperbolického disku pre hodnoty parametrov prevzatých z článku D'Onghia-ovej a kol. (2013). Bodkočiarkovaná čiara (prvá zdola) znázorňuje rotačnú krivku vychádzajúcu z pôvodného potenciálu (21) D'Onghia-ovej a kol. (2013).

Vykreslili sme rotačné krivky zodpovedajúce hviezdnej časti galaktického disku, vid' obrázok (1) a rotačné krivky zodpovedajúce celému (hviezdy + plyn a prach) disku, vid' obrázok (2).

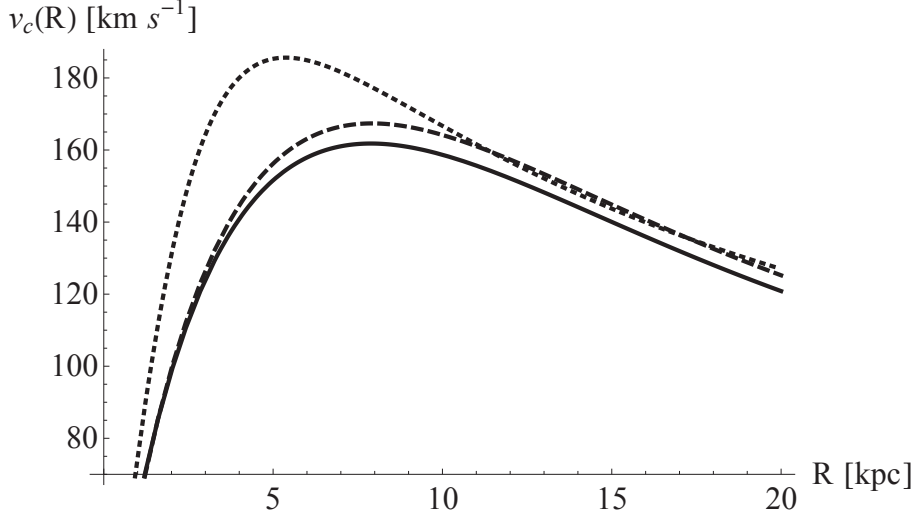
Diskutovali sme jednoduchý model

$$\Phi_{halo}(r) = -v_h^2 \left[1 - \ln \left(\frac{r}{R_G} \right) \right], \quad (24)$$

galaktického hala, ako aj niekoľko ďalších modelov, menovite Begeman-ov a kol. (1991), Burkert-ov (1995), Navarro-v a kol. (1996, 1997), Dauphole-ov a Colin-ov (1995) a vylepšené modely Hartwick-a (2012) a Klačku a Pauča (2013). Na základe vzťahu pre skladanie kruhových rýchlostí

$$[v_{celková}(R)]^2 = [v_{prička}(R)]^2 + [v_{disk}(R)]^2 + [v_{halo}(R)]^2 \quad (25)$$

sme určili kruhovú rýchlosť $v_{halo}(R_0)$ v oblasti Slnka, ktorá by mala zodpovedať galaktickému halu. V modeli Galaxie, kde je disk daný modelom Maoz-a (2007) pripadá na halo hodnota $v_{halo}(R_0) = 153,34 \text{ km/s}$, v prípade modelu disku McMillan-a (2011) je to $v_{halo}(R_0) =$



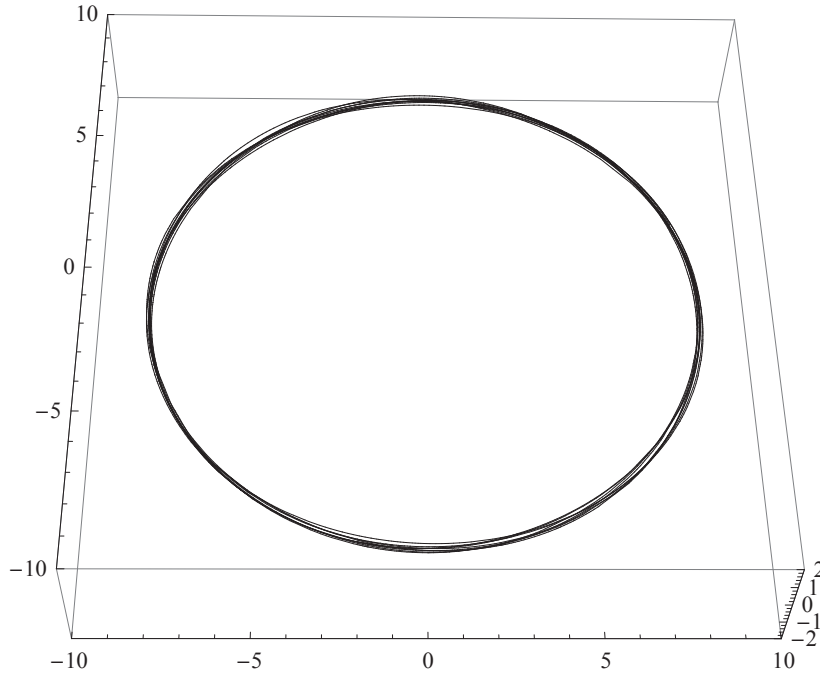
Obr. 2: Rotačné krivky celého galaktického disku (hviezdnej a plyno-prachovej časti). Plnou čiarou je znázornená rotačná krivka celého dvojexponenciálneho disku podľa práce Maoz-a (2007), čiarkovanou rotačná krivka vychádzajúca z modelu McMillan-a (2011), bodkovanou rotačná krivka vychádzajúca z potenciálového modelu Dauphole-a a Colin-a (1995).

147,21 km/s a hodnota $v_{halo}(R_0) = 137,24 km/s$ berúc do úvahy potenciálový model disku Dauphole-a a Colin-a (1995).

Ako príklad aplikácie gravitačných potenciálov Galaxie sme numericky riešili pohyb Slnka v gravitačnom poli Galaxie. V prvom prípade sme vychádzali z modelu priečky, daného vzťahmi (1)-(3) s parametrami M , Q_{11} Q_{22} určenými na základe rozloženia hmoty v priečke, publikovanom v článku Freudreich-a a kol. (1998). Galaktický disk zastupuje model Maoz-a (2007) daný presným potenciálom

$$\begin{aligned}
\Phi(R, z) = & -\frac{AGM_{Rd}}{h_{d\star}(1-3/e+2/e^2)} \int_0^\infty \frac{e^{-x|z|/h_{d\star}} - xe^{-|z|/h_{d\star}}}{1-x} \times \\
& \times \frac{J_0(xR/h_{d\star})}{(1+x)[1+x^2(R_d/h_{d\star})^2]^{3/2}} dx \\
& -\frac{BGM_{Rd}}{h_{dpp}(1-3/e+2/e^2)} \int_0^\infty \frac{e^{-x|z|/h_{dpp}} - xe^{-|z|/h_{dpp}}}{1-x} \times \\
& \times \frac{J_0(xR/h_{dpp})}{(1+x)[1+x^2(R_d/h_{dpp})^2]^{3/2}} dx,
\end{aligned} \tag{26}$$

kde $A = 0,9$, $B = 0,07242$, $M_{Rd} = 1 \times 10^{10} M_\odot$, $R_d = 3,5 kpc$, $h_{d\star} = 0,33 kpc$ a $h_{dpp} = 0,16 kpc$, opierajúc sa o vzťah (12). Galaktické halo vstupuje do hry cez jednoduchý model (24). Zvážené sú taktiež špirálové ramená. Výsledok - grafické znázornenie trajektórie Slnka



Obr. 3: Grafické znázornenie trajektórie Slnka okolo stredu Galaxie. Model Galaxie pozostáva z prierečky, dvojexponenciálneho disku (26) vychádzajúceho z práce Maoz-a (2007), jednoduchého modelu hala (24) s hodnotou $v_h = 153,34 \text{ km s}^{-1}$ a špirálových ramien.

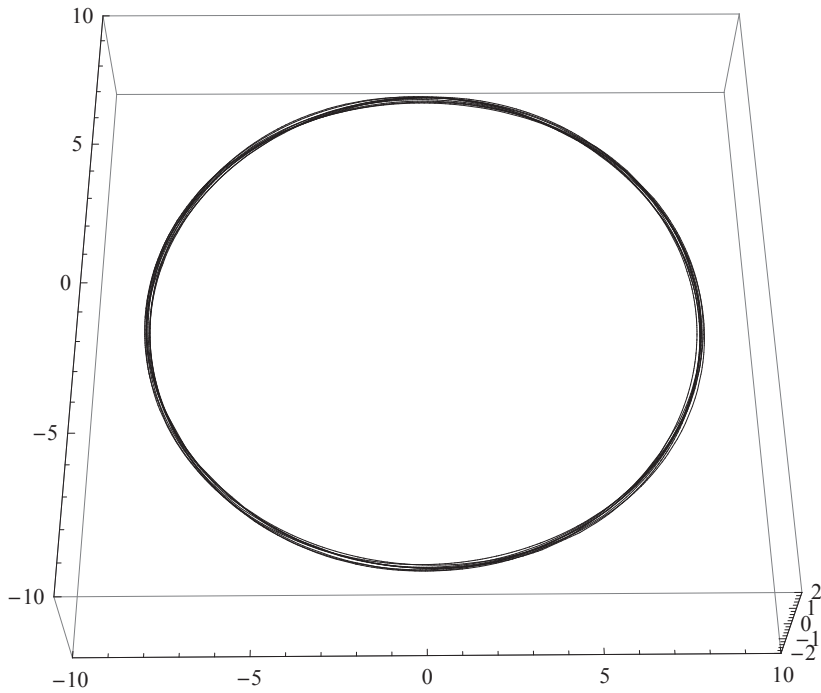
v takomto gravitačnom poli predstavuje obrázok 3.

Druhý príklad pohybu Slnka okolo stredu Galaxie vychádza z rovnakých modelov ako prvý, avšak, namiesto modelu galaktického disku Maoz-a (2007) sa použije potenciálový

$$\begin{aligned}\Phi_d &= -\frac{G M_d}{\sqrt{R^2 + \left(a_d + \sqrt{z^2 + b_d^2}\right)^2}}, \\ M_d &= 7,9080 \times 10^{10} M_\odot, \\ a_d &= 3,55 \text{ kpc}, \\ b_d &= 0,25 \text{ kpc}.\end{aligned}\tag{27}$$

model Dauphole-a a Colin-a (1995). Výsledkom je obrázok 4.

Porovnanie výsledkov oboch našich modelov vedie k výsledku, že radiálna migrácia Slnka je o niečo menej výrazná v prípade dvojexponenciálneho disku. Hoci model Dauphole-a a Colin-a uvažuje väčšiu hmotnosť disku ako je to v prípade dvojexponenciálneho disku Maoz-a, celková hmotnosť disku nerozhoduje o radiálnej migrácii Slnka. Na pohyb Slnka v radiálnom smere, tj. na približovanie sa a vzdďaľovanie sa Slnka od stredu Galaxie, má dôležitejší vplyv hmota obsiahnutá vo vnútri orbity Slnka (a v jej blízkom okolí) a tá je väčšia v prípade dvojexponenciálneho modelu disku ako v prípade modelu Dauphole-a a Colin-a. Takýmto spôsobom sa dá



Obr. 4: Grafické znázornenie trajektórie Slnka okolo stredu Galaxie. Model Galaxie pozostáva z priechky, potenciálového disku (27) Dauphole-a a Colin-a (1995), jednoduchého modelu hala (24) s hodnotou $v_h = 137,24 \text{ km s}^{-1}$ a špirálových ramien.

kvalitatívne pochopiť rozdielne chovanie orbitálneho vývoja Slnka prezentované na obrázkoch 3 a 4. Samozrejme, keďže hmota v diskoch nie je rozložená sféricky symetricky, nemôžeme exaktne tvrdiť, že pohyb je riadený len hmotou sústredenou vo vnútri orbity Slnka.

Vzhľadom na to, že vo svetovej literatúre sa používajú rôzne modely pre galaktický disk i galaktické halo, v súčasnosti nevieme povedať, ktorá kombinácia zodpovedá skutočnosti. Preto sme aspoň uviedli dva vyššie spomenuté modely ako ilustráciu možného orbitálneho vývoja Slnka v Mliečnej ceste.

3 Prínos dizertačnej práce

Hlavným prínosom dizertačnej práce, zostavenej z výsledkov našich článkov, je nájdenie gravitačných potenciálov galaktickej priechky a galaktického disku pre rôzne rozloženia hmoty.

V dizertačnej práci sa odvádza gravitačný potenciál galaktickej priechky pre oblasť mimo priechky. Využitý je multipólový rozvoj všeobecného gravitačného potenciálu. Keďže sme sa obmedzili na prvé tri členy rozvoja, t.j. monopólový, dipólový (ktorý vďaka predpokladu o stredovo súmernom tvare priechky vyšiel nulový) a kvadrupólový, výsledok je priblížením pre veľké vzdialenosti. Náš prístup taktiež zohľadňuje správnu vzájomnú polohu Slnka a priechky

a správny smer rotácie priechky. Naše výsledky (viď aj Klačka a kol. 2012) sú založené na fyzikálnych základoch a vylepšujú tak doterajšie prístupy, pozri napríklad Famaey a Minchev (2010), Minchev a Famaey (2010), Minchev a kol. (2010), Minchev a kol. (2011), Dehnen (2000).

Správny a presný potenciál galaktického disku možno získať len riešením Poissonovej rovnice s pravou stranou obsahujúcou hustotu v disku. Súčasťou zadania sú aj fyzikálne okrajové podmienky: potenciál, ako aj vektor zrýchlenia musia byť v nekonečne nulové. Pomocou Abelovej transformácie sme našli všeobecné riešenie. Aplikujeme ho na používané modely, najskôr na dvojexponenciálny disk. Tento nami odvodený potenciál dáva aj správnu závislosť na premennej z , keďže vychádza z objemovej a nie z plošnej hustoty. Nakoľko presné riešenie Poissonovej rovnice má pomerne komplikovaný integrálny tvar, zjednodušili sme ho, využívajúc fakt, že galaktický disk je tenký a použili sme priblíženie malých vzdialeností od galaktického rovníka. Správnosť tohto postupu potvrdzuje aj to, že nami odvodený potenciál neobsahuje závislosť na prvej mocnине premennej z . Aj po takomto priblížení však potenciál zostane, síce už v jednoduchšom, ale stále len v integrálnom tvare. Učiniac isté zanedbanie v integrande, integrál sa stane analyticky riešiteľným. Takýto potenciál je súčtom člena predstavujúceho známy rovinný disk a nového člena obsahujúceho závislosť na premennej z . K obom priblíženiam sme urobili tabuľky relatívnych chýb, ktorých sa dopúšťame, používajúc tieto priblíženia. Rovnako z nich možno vyčítať, v akej časti disku možno tieto zanedbania reálne využiť. To isté sa urobilo aj pre radiálnu a z -ovú zložku zrýchlenia odvodenú z presného riešenia. Náš postup riešenia Poissonovej rovnice bol použitý aj na alternatívny model galaktického disku - exponenciálno-hyperbolický disk. Tu je situácia o niečo komplikovanejšia ako v prípade dvojexponenciálneho disku. Potenciál je v tvare dvojného nevlastného integrálu. To však nebráni v jeho využití v numerických výpočtoch. Z modelu exponenciálno-hyperbolického disku vychádza napríklad aj článok D’Onghia-ovej a kol. (2013), v ktorom autori prezentujú pohybové rovnice galaktického objektu. Z nich sa dá dopracovať ku gravitačnému potenciálu disku, z ktorého autori vychádzajú. Aj keď zodpovedajúci potenciál nespĺňa fyzikálne okrajové podmienky, zaujímala nás možná aplikovateľnosť pre oblasť blízku galaktickému rovníku. Urobili sme analýzu presnosti tohto potenciálu vzhľadom k nášmu presnému tvaru pomocou tabuľky relatívnych odchýlok. Ako fyzikálny výstup sme vyniesli do grafu rotačné krivky zodpovedajúce rôznym modelom galaktického disku a prístupom k nemu.

Rozobrali sme niekoľko najčastejšie používaných modelov galaktického disku, t.j. Begeman a kol. (1991), Burkert (1995), NFW model, potenciálový model Dauphole-a a Colin-a (1995), ale aj vylepšené modely Hartwick-a (2012), či model Klačku a Pauča (2013). Určili sme, aká kruhová rýchlosť v oblasti Slnka by mala zodpovedať galaktickému disku, ak použijeme

model disku Maoz-a (2007), model McMillan-a (2011), či model Dauphole-a a Colina (1995). Modely Begeman-a a kol. (1991) a Burkert-a (1995) obsahujú po dva voľné parametre. Tie sme sa pokúsili určiť na základe už spomínanej kruhovej rýchlosti v oblasti Slnka a na základe empirického vzťahu z článku Donato-a a kol. (2009) pre centrálnu hustotu hala. Zistili sme, že ani pre jeden z modelov neexistujú také hodnoty parametrov, ktoré by daným podmienkam vyhovovali. V numerických výpočtoch využívame jednoduchý model hala z článku Klačka a kol. (2013a).

Diskutovali sme potenciály jednotlivých zložiek špirálových galaxií. Prístup k riešeniu Poissonovej rovnice pomocou Abelovej transformácie sa dá využiť na akýkoľvek valcovo symetrický problém s newtonovskou gravitáciou a teda nielen pre špirálové galaxie, ale aj iné typy galaxií. Aplikáciu nájdených výsledkov na pohyb Slnka v Galaxii možno nájsť v kapitole 6. Ukazuje sa, že galaktická priečka nedokáže generovať takú výraznú radiálnu migráciu Slnka (zmenu galaktocentrických vzdialeností Slnka), ako je to prezentované v nedávnych prácach, pozri napríklad Famaey a Minchev (2010), Minchev a Famaey (2010), Minchev a kol. (2010), Minchev a kol. (2011).

Literatúra

Begeman K. G., Broeils A. H., Sanders R. H., 1991. Extended rotation curves of spiral galaxies - Dark haloes and modified dynamics. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **249**, 523-537.

Binney J., Tremaine S., 1987. Galactic Dynamics. Princeton University Press, Princeton, 733 strán.

Binney J., Tremaine S., 2008. Galactic Dynamics. Princeton University Press, Princeton, 2. vydanie, 885 strán.

Burkert A., 1995. The structure of dark matter halos in dwarf galaxies. *Astrophys. J.* **447**, L25-L28.

Dauphole B., Colin J., 1995. Globular clusters as a new constraint for the potential of our Galaxy. *Astron. Astrophys.* **300**, 117-125.

Dehnen W., 2000. The Effect of the Outer Lindblad Resonance of the Galactic Bar on the Local Stellar Velocity Distribution. *Astron. J.* **119**, 800-812.

Donato F., Gentile G., Salucci P., Frigerio Martins C., Wilkinson M. I., Gilmore G., Grebel E. K., Koch A., Wyse R., 2009. A constant dark matter halo surface density in galaxies. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **397**, 1169-1176.

D'Onghia E., Vogelsberger M., Hernquist L., 2013. Self-perpetuating spiral arms in disk galaxies. *Astrophys. J.* **766**, 34 (14pp).

Famaey B., Minchev I., 2010, In Proceedings of the Annual Meeting of the French Society of Astronomy and Astrophysics. S. Boissier, M. Heydari-Malayeri, R. Samadi and D. Valls-Gabaud (eds.), Societe Francaise d'Astronomie et d'Astrophysique (SF2A), 37-40.

Freudenreich H. T., 1998. A COBE Model of the Galactic Bar and Disk. *Astrophys. J.* **492**, 495-500.

Grand R. J. J., Kawata D., Cropper M., 2012. The dynamics of stars around spiral arms. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **421**, 1529-1538.

Hartwick F. D. A., 2012. Modeling observational constraints for dark matter halos. *Astron. J.* **144**, 174 (4pp).

Klačka J., Nagy R., Jurči M., 2012. Radial migration of the Sun in the Galactic disc. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **427**, 358-371.

Klačka J., Nagy R., Jurči M., 2013a. Radial migration of the Sun in the Galactic disc. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* (poslané).

Klačka J., Jurči M., Nagy R., 2013b. Gravitational potential and the galactic disc. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* (poslané).

Klačka J., Jurči M., Nagy R., 2013c. On self-perpetuating spiral arms in disk galaxies. *Astrophys. J. Letters* (poslané).

Klačka J., Paučo R., 2013. (v přípravě).

Maoz D., 2007. *Astrophysics in a Nutshell*. Princeton University Press, Princeton, 249 strán.

McMillan P. J., 2011. Mass models of the Milky Way. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **414**, 2446-2457.

Minchev I., Boily C., Siebert A., Bienayme O., 2010. Low-velocity streams in the solar neighbourhood caused by the Galactic bar. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **407**, 2122–2130.

Minchev I., Famaey B., 2010. A New Mechanism for Radial Migration in Galactic Disks: Spiral–bar Resonance Overlap. *Astrophys. J.* **722**, 112-121.

Minchev I., Famaey B., Combes F., Di Matteo P., Mouhcine M., Wozniak H., 2011. Radial migration in galactic disks caused by resonance overlap of multiple

patterns: Self-consistent simulations. *Astron. Astrophys.* **527**, 117-125.

Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1996. The structure of cold dark matter halos. *Astrophys. J.* **462**, 563-575.

Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., 1997. A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *Astrophys. J.* **490**, 493-508.

Stanek K. Z., Udalski A., Szymański M., Kałużny J., Kubiak M., Mateo M., Krzemiński W., 1997. Modeling the Galactic Bar Using Red Clump Giants. *Astrophys. J.* **477**, 163-175.

Toomre A., 1963. On the distribution of dark matter within highly flattened galaxies. *Astrophys. J.* **138**, 385-392.

Аннотация

Юрчи, М.: Гравитационные действия галактик (диссертация), Факультет математики, физики и информатики Университета Коменского в Братиславе, Кафедра астрономии, физики Земли и метеорологии. Научный руководитель: doc. RNDr. Jozef Klačka, PhD., Братислава 2013, 116 страниц.

Диссертация посвящена гравитационным проявлениям отдельных участков галактик. В работе выведены гравитационные потенциалы всех участков галактик исходя из распределения массы в галактических барах, дисках и галактических гало. Включен также приблизительный гравитационный потенциал галактических рукавов. Мы получили и некоторые численные решения для нашей галактики.

В диссертации выведен гравитационный потенциал галактического бара в области вне бара. Используется мультипольное разложение общего гравитационного потенциала. Результат состоит из первых трех членов разложения, а именно монополя, диполя и квадруполь. Правильное взаимное положение Солнца и галактического бара и правильное направление вращения бара тоже учтены.

Что касается галактического диска, в самом начале мы обсуждаем общепринятый подход так называемых «плоских дисков». В этом подходе используется поверхностная плотность вместо объемной плотности. Поверхностная плотность определяется как интеграл объемной плотности по координате перпендикулярной к галактической плоскости. Если мы будем выводить потенциал не из объемной плотности, а из поверхностной, мы потеряем информацию о пространственном распределении массы. Вообще говоря существует бесконечно много разных форм объемной плотности соответствующих одной поверхностной плотности. Вследствие этого результат, полученный на базе плоских дисков, не является однозначным и он неправилен. Результат приводит к прерывной компоненте вектора ускорения, перпендикулярного к галактической плоскости.

Правильный и точный гравитационный потенциал можно получить только как решение уравнения Пуассона. Правая сторона уравнения содержит пространственное распределение массы диска. Составными частями задачи являются граничные условия: потенциал и в месте с ним его первая производная должны быть на бесконечности равны нулю. Мы решили уравнение Пуассона с помощью обратного преобразования Абеля. Таким образом мы вывели гравитационные потенциалы двойного экспоненциального диска, равно как и потенциал экспоненциально-гиперболического диска. На основании этих результатов были построены кривые вращения галактики для разных моделей галактического диска. Диссертация предлагает использование полученных теоретических результатов при изучении движения Солнца в Галактике. Кажется, что галактический бар не способен вызывать настолько широкий промежуток галактоцентрических расстояний Солнца, как это представляют другие авторы в своих статьях.

Ключевые слова: галактики: кинематика и динамика - галактики: структура

Abstract

JURČI, M.: Gravitational action of galaxies (dissertation thesis), Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Department of Astronomy, Physics of the Earth, and Meteorology. Supervisor: Assoc. Prof. Dr. Jozef Klačka, Bratislava 2013, 116 pages.

The Ph.D. thesis deals with gravitational effects of individual components of galaxies. Gravitational potentials are derived for given mass distributions in galactic bars, discs and galactic halos. An approximate gravitational potential generated by the spiral arms is also presented. The general relations can be applied to any galaxy. The numerical results hold for our galaxy, the Milky Way.

The gravitational potential of the galactic bar is derived for the zone outside the bar. Multipole expansion of the general gravitational potential is adopted. We use the first three terms, the monopole, dipole and quadrupole. The correct angle between the Sun and the Galactic bar and, also, the correct orientation of the bar rotation is taken into account.

As for the galactic discs, the conventional approach considering the razor thin (highly flattened) discs is first discussed. The approach uses the surface mass density instead of the volume mass density. The surface mass density is defined as an integral of the density over the coordinate normal to the equatorial plane of the galaxy. However, if we use the surface density to derive the gravitational potential, instead of the volume mass density, we lose the information about spatial distribution of matter. Endless number of various volume mass densities can lead to the same surface density. Thus the potentials obtained from the razor thin disc method are not unequivocal: moreover, the resulting potential is incorrect, leading to discontinuous normal component of acceleration.

Correct and precise gravitational potential of the disc can be derived only by solving Poisson equation with the right-hand side containing volume mass density of the disc. Boundary conditions are also included: potential and its first derivatives are supposed to be zero at infinity. We find the solution of Poisson equation by using an inverse Abel transformation. The potentials of double-exponential and exponential-hyperbolic discs are obtained. The results are used to plot rotation curves corresponding to various models of the galactic disc. We also apply the obtained potentials to the motion of the Sun in the Galaxy and find that the Galactic bar cannot generate such a significant radial migration of the Sun as suggested in recently published papers.

Keywords: galaxies: kinematics and dynamics - galaxies: structure

**UNIVERZITA KOMENSKÉHO
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY**

Zoznam publikačnej činnosti

Mgr. Milan Jurči

ADC Vedecké práce v zahraničných karentovaných časopisoch

ADC01 Klačka, Jozef 50% - Nagy, Roman 25% - Jurči, Milan 25% : Radial migration of the Sun in the Galactic disc

Lit. 19 zázn.

In: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. - Vol. 427, No. 1 (2012), s. 358-371

Ohlasy (1)

[o1] 2013 Pastor, P.: Dust particles in mean motion resonances influenced by an interstellar gas flow. In: Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 431, No. 4, 2013, s. 3139-3149 - SCI ; SCOPUS

Štatistika kategórií (Záznamov spolu: 1):

ADC Vedecké práce v zahraničných karentovaných časopisoch (1)

Štatistika ohlasov (1):

[o1] Citácie v zahraničných publikáciách registrované v citačných indexoch (1)

10. 6. 2013