

V tejto práci sa zaoberáme kvalitatívnou a kvantitatívnou analýzou nelineárnych parabolických rovníc pochádzajúcich z matematickej teórie financií. Najprv študujeme existenciu a jednoznačnosť riešení nelineárnych parciálnych integro-diferenciálnych rovníc (PIDE) vznikajúcich vo finančnom modelovaní trhu. Uvažujeme Black–Scholes modely pre oceňovanie opcií na podkladové aktíva, ktoré sledujú Lévyho stochastické procesy so skokmi. Výsledky existencie a jednoznačnosti PIDE sú dokazované v škále Besselových potenciálnych priestorov s pomocou teórie abstraktných semilineárnych parabolických rovníc vo viacrozmerných priestoroch. Ako aplikáciu v jednorozmernom priestore uvažujeme všeobecnú funkciu posunu vyplývajúcu z nelineárnych modelov oceňovania opcií zohľadňujúcich stratégiu obchodovania s akciami veľkého obchodníka. Uvažujeme o PIDE, kde funkcia posunu môže závisieť od predpísanej funkcie stratégie obchodovania s akciami veľkého investora. Po druhé, analyzujeme problémy vyplývajúce zo stochastickej dynamickej optimalizácie, ktorá vedie k riešeniu plne nelineárnej evolučnej Hamilton-Jacobi-Bellmanovej (HJB) rovnice. Uvažujeme HJB rovnicu, ktoré vyplýva z dynamickej optimalizácie portfólia, kde cieľom je maximalizovať podmienenú očakávanú hodnotu konečnej užitočnosti portfólia. Po vhodnej transformácii je plne nelineárna HJB rovnica transformovaná na kvázilineárnu parabolickú rovnicu, ktorej difúzna funkcia je získaná ako hodnotová funkcia konkrétneho kónického programovacieho problému. Používame techniku monotónneho operátora, Banachovu vetu o pevnom bode a Fourierovu transformáciu, aby sme získali existenciu a jedinečnosť riešenia všeobecného tvaru transformovanej parabolickej rovnice vo vhodnom Sobolevovom priestore v abstraktnom prostredí. Uviedli sme aj niektoré finančné aplikácie navrhovaného výsledku v jednorozmernom priestore. Ďalej sa študuje správanie riešenia zodpovedajúceho nelineárnej rovnici HJB. Analyzujeme správanie sa riešenia vzhľadom na dve rozhodovacie množiny. Nakoniec uvádzame numerické analýzy parabolických rovníc pomocou hlbokého učenia. Konkrétne využívame fyzikálne informovanú sieť hlbkových operá-

torov (PI-DeepONet) na aproximáciu operátora riešenia parabolickej rovnice spojenej s rovnicou HJB. Naša kvalitatívna analýza ukazuje, že PI-DeepONet sa dokáže efektívne naučiť operátora riešenia súvisiacej rovnice HJB.

Kľúčové slová: Hamilton-Jacobi-Bellmanova rovnica; Maximálny monotónny operátor; Dynamická stochastická optimalizácia portfólia; Lévyho miera; Cena opcie; Besselove potenciálne priestory; Hlboké učenie, PI-DeepONet