

## Študijný program / *Study programme:*

### Matematická analýza / *Mathematical Analysis*

---

#### Témy dizertačných prác

1. Metastabilita v Markovovských procesoch.....	2
2. Modelovanie prúdenia a fázovej premeny viaczložkových zmesí.....	3
3. Sebepodobné riešenie rovnice nestacionárnej filtrácie v dvojkomponentnej oblasti.....	4
4. Stabilita a dlhodobé správanie riešení zovšeobecnenej Fisher-Kolmogorov-Petrovsky-Piskunovovej (F-KPP) rovnice.....	5

#### Dissertation Thesis Descriptions

1. A self-similar solution for the porous medium equation in a two-component domain.....	4
2. Metastability in Markov processes.....	2
3. Modelling convection and solidification in multicomponent alloys.....	3
4. Stability and long-time behavior of solutions to a generalized Fisher-Kolmogorov-Petrovsky-Piskunov (F-KPP) equation.....	5

**Študijný program / Study programme:**Matematická analýza / *Mathematical Analysis*

---

**Názov / Title**

Metastabilita v Markovovských procesoch

*Metastability in Markov processes***Jazyk záverečnej práce / Language of Thesis**anglický / *English***Školiteľ / Tutor**

doc. Mgr. Pavol Bokes, PhD.

**Anotácia / Annotation**

Náhodné odchýlky dynamických systémov umožňujú výskyt stochasticky riadených prechodov medzi deterministicky stabilnými pevnými bodmi (alebo inými limitnými množinami). Aj keď sú takéto prechody mimoriadne zriedkavé, môžu mať výrazný vplyv na dynamiku pre veľké časy. Pevné body, ktoré sú stabilné voči deterministickému systému, sú „metastabilné“ voči jeho stochastickému rozšíreniu a prechody medzi nimi sa označujú ako metastabilné prechody. Stochastické rozšírenia deterministických systémov je možné konštruovať rôznymi spôsobmi. Markovovské procesy sú najjednoduchšími a najlepšie pochopenými príkladmi stochastických systémov. Cieľom projektu bude kvantifikovať metastabilné prechody v Markovovských procesoch. *Random perturbations of dynamical systems allow for the occurrence of stochastically-driven transitions between deterministically stable fixed points (or other limit sets). Even though such transitions are extremely rare, they can have a profound effect on the large-time behaviour. Fixed points that are stable to the deterministic system are "metastable" to its stochastic extension, and the transitions between them are referred to as metastable transitions. Stochastic extensions of deterministic systems can be constructed in a number of ways. Markovian processes are the simplest and best understood examples of stochastic systems. The project will aim to quantify metastable transitions in Markovian processes.*

**Študijný program / Study programme:**Matematická analýza / *Mathematical Analysis*

---

**Názov / Title**Modelovanie prúdenia a fázovej premeny viaczložkových zmesí  
*Modelling convection and solidification in multicomponent alloys***Jazyk záverečnej práce / Language of Thesis**anglický / *English***Školiteľ / Tutor**

doc. RNDr. Peter Guba, PhD.

**Anotácia / Annotation**

Fázová premena zmesí sa vyskytuje v mnohých oblastiach, vrátane prírodných, inžinierskych a biologických vied. Nedávno boli navrhnuté matematické modely opisujúce tuhnutie ternárnych (trojzložkových) zmesí v dendritických zónach. Dendritické zóny pozostávajú z tuhej fázy vo forme dendritov a kvapalnej fázy obohatenej o prímies. Modelovanie dendritických zón vedie k sústave parciálnych diferenciálnych rovníc a hraničných podmienok pre štyri odlišné oblasti a tri voľné hranice, ktoré sú prítomné pri fázovej premene. Štyri oblasti zahŕňajú kvapalnú vrstvu a ternárnu eutektickú vrstvu, ktoré sú oddelené dvoma odlišnými dendritickými vrstvami (primárnou a sekundárnou). Pretože tuhá fáza je dendritická, primárnu a sekundárnu dendritickú zónu možno modelovať ako reaktívne pórovité prostredie, cez ktoré prúdi reziduálna trojzložková kvapalná fáza. Táto práca sa bude snažiť rozvíjať, asymptoticky redukovať a analyzovať matematický model pre tuhnutie ternárnych zmesí. Zameria sa na porozumenie dynamiky fázových rozhraní pre prípad, kedy sú dôležité efekty konečnej oblasti a efekty difúzneho transportu prímiesí v ternárnej zmesi. Predpokladá sa dobrá znalosť diferenciálneho počtu a techník aplikovanej matematiky pri popise procesov v kontinuách.

*Solidification of alloys occurs frequently in many different areas, including natural, industrial and biological sciences. Recently, mathematical models describing the solidification of ternary, or three-component, alloys in mushy layers have been developed. Mushy regions consist of dendritic solid phases and solute-rich liquid phase in the interstices. Modelling of mushy layers gives rise to a distinctive set of partial differential equations and boundary conditions for four regions and three free interfaces present during the phase change. The four regions include a liquid layer and a ternary eutectic solid layer, separated by two different, primary and secondary, mushy layers. Since the solid phase is dendritic, the primary and secondary mushy layers can be modelled as a porous medium of finite extent through which the residual ternary melt can flow. This thesis will seek to develop, simplify and analyze a mathematical model for the solidification of ternary alloys. It aims at understanding interfacial dynamics when the finite-domain effects and diffusive transport of solutes are present. It assumes a sound mathematical grounding in differential calculus and applied mathematical techniques in continuous processes.*

**Študijný program / Study programme:**  
Matematická analýza / *Mathematical Analysis*

---

**Názov / Title**

Sebepodobné riešenie rovnice nestacionárnej filtrácie v dvojkomponentnej oblasti  
*A self-similar solution for the porous medium equation in a two-component domain*

**Jazyk záverečnej práce / Language of Thesis**

anglický / *English*

**Školiteľ / Tutor**

prof. RNDr. Ján Filo, CSc.

**Anotácia / Annotation**

Práca sa bude venovať matematickej analýze dvojne nelineárnej rovnice nestacionárnej filtrácie s prudko sa meniacimi nelinearitami, uvažovanej na dvojkomponentnej oblasti.

*The thesis will be devoted to the mathematical analysis of a doubly nonlinear equation of non-stationary filtration with rapidly changing nonlinearities, considered in a two-component domain.*

## Študijný program / *Study programme:*

Matematická analýza / *Mathematical Analysis*

---

### Názov / *Title*

Stabilita a dlhodobé správanie riešení zovšeobecnenej Fisher-Kolmogorov-Petrovsky-Piskunovovej (F-KPP) rovnice

*Stability and long-time behavior of solutions to a generalized Fisher-Kolmogorov-Petrovsky-Piskunov (F-KPP) equation*

### Jazyk záverečnej práce / *Language of Thesis*

anglický / *English*

### Školiteľ / *Tutor*

doc. Mgr. Richard Kollár, PhD.

### Anotácia / *Annotation*

Cieľom práce je štúdium stability a dlhodobého správania riešení zovšeobecnenej F-KPP rovnice. Táto rovnica s nelineárnymi difúznymi a konvekčnými členmi bola odvodená v práci [Kollár & Novak, 2017], kde bola zároveň dokázaná existencia riešení v tvare cestujúcich vln. Dizertačná práca sa bude zaoberať určením stability týchto riešení a taktiež asymptotickým správaním riešení Cauchyho počiatočnej úlohy. Pre tradičnú F-KPP bol tento problém všeobecne vyriešený v práci [Polacik, 2016]. Metódy použité v tejto práci je potrebné modifikovať, aby boli použiteľné aj na zovšeobecnú F-KPP rovnicu.

*The goal of the thesis is to study stability and long-time behavior of solutions to the generalized F-KPP equation. Such an equation with nonlinear diffusion and convection terms was derived in [Kollár & Novak, 2017] where an existence of a traveling wave solutions was proved as well. The dissertation thesis will focus on determining stability of these solutions and also on asymptotic behavior of solutions to the Cauchy initial value problem. For the traditional F-KPP equation was this problem solved in generality in [Polacik, 2016, 2017]. It is necessary to modify and extend the methods used in [Polacik, 2016, 2017] to obtain analogous results for the generalized F-KPP equation.*

### Literatúra / *Literature*

Kollár, R. & Novak, Existence of Traveling Waves for the Generalized F-KPP Equation, *Bull Math Biol.* 79 (3), 525-559 (2017). Polacik, P. & Matano, H., Dynamics of nonnegative solutions of one-dimensional reaction-diffusion equations with localized initial data. Part I: A general quasiconvergence theorem and its consequences, *Comm. Partial Differential Equations* 41 (2016), 785–811 Polacik, P., Propagating terraces and the dynamics of front-like solutions of reaction-diffusion equations on  $\mathbb{R}$ , to appear in *Mem. Amer. Math. Soc.*

*Kollár, R. & Novak, Existence of Traveling Waves for the Generalized F-KPP Equation, Bull Math Biol.* 79 (3), 525-559 (2017). Polacik, P. & Matano, H., Dynamics of nonnegative solutions of one-dimensional reaction-diffusion equations with localized initial data. Part I: A general quasiconvergence theorem and its consequences, *Comm. Partial Differential Equations* 41 (2016), 785–811 Polacik, P., Propagating terraces and the dynamics of front-like solutions of reaction-diffusion equations on  $\mathbb{R}$ , to appear in *Mem. Amer. Math. Soc.*