

## **Študijný program / *Study programme:***

### **Aplikovaná matematika / *Applied Mathematics***

---

#### **Témy dizertačných prác**

1. Kauzálna analýza zložitých časových radov.....	2
2. Metódy a algoritmy na výpočet rozdelenia pravdepodobnosti vybraných odhadov a testovacích štatistík v lineárnych zmiešaných modeloch a ich aplikácie.....	3
3. Mnohorozmerná kauzálna analýza.....	5
4. Pravdepodobnostné a štatistické metódy na riešenie inverznej úlohy elektrokardiografie.....	6

#### **Dissertation Thesis Descriptions**

1. Causal analysis of complex time series.....	2
2. Methods and algorithms for exact probability distribution of the selected estimators and test statistics in linear mixed models and their applications.....	3
3. Multivariate causal analysis.....	5
4. Probabilistic and statistical methods for the inverse problem in electrocardiography solution.....	6

**Študijný program / Study programme:**  
Aplikovaná matematika / *Applied Mathematics*

---

**Názov / Title**

Kauzálna analýza zložitých časových radov  
*Causal analysis of complex time series*

**Jazyk záverečnej práce / Language of Thesis**

anglický / *English*

**Školiteľ / Tutor**

RNDr. Anna Krakovská, CSc.

**Anotácia / Annotation**

Téma sa týka kauzálnej analýzy zložitých signálov a časových radov. Dôraz je na vývoji metodológie kauzálnej detekcie, zohľadňujúcej charakter skúmaných procesov (stochastické, fraktálne, deterministické dynamické systémy, kombinované). Potenciálnou aplikačnou oblasťou sú mnohokanálové elektroencefalografické záznamy z ľudského mozgu, ale aj ďalšie reálne problémy hľadania príčinných vzťahov z nameraných časových radov. Téma je vhodná pre absolventov so záujmom o tvorivé rozvíjanie príslušných matematických metód. Ďalšou požiadavkou sú znalosť odbornej angličtiny a skúsenosti s tvorbou a testovaním softvéru v prostredí MatLab. V rámci doktorandského štúdia si doktorand rozšíri znalosti v oblasti teórie dynamických systémov, vrátane teórie chaosu a fraktálov a čiastočne aj z biomeraní, štatistiky, analýzy časových radov, teórie informácie a oblasti matematickej optimalizácie.

*The topic concerns the causal analysis of complex signals and time series. Emphasis is placed on the development of a methodology of causal detection, taking into account the nature of the investigated processes (stochastic, fractal, deterministic dynamical systems, combined). Potential application areas are multichannel electroencephalo-graphic recordings from the human brain, but also other real problems of finding causal relationships from measured time series. The topic is suitable for graduates interested in the creative development of appropriate mathematical methods. Another requirement is knowledge of professional English and experience in creating and testing software in the MatLab environment. As part of the doctoral study, the doctoral student will expand his / her knowledge in the field of dynamical systems theory, including chaos and fractal theory and partly also from biomeasurements, statistics, time series analysis, information theory and mathematical optimization.*

**Cieľ / Aim**

Cieľom práce je kauzálna analýza zložitých signálov a časových radov.  
*The aim of the work is causal analysis of complex signals and time series.*

**Kľúčové slová / Keywords**

Kauzálna analýza  
*Causal analysis*

## Študijný program / *Study programme:*

Aplikovaná matematika / *Applied Mathematics*

---

### Názov / *Title*

Metódy a algoritmy na výpočet rozdelenia pravdepodobnosti vybraných odhadov a testovacích štatistík v lineárnych zmiešaných modeloch a ich aplikácie

*Methods and algorithms for exact probability distribution of the selected estimators and test statistics in linear mixed models and their applications*

### Jazyk záverečnej práce / *Language of Thesis*

slovenský / *Slovak*

### Školiteľ / *Tutor*

doc. RNDr. Viktor Witkovský, CSc.

### Anotácia / *Annotation*

Cieľom dizertačnej práce je rozvoj metód a algoritmov pre výpočet pravdepodobnostných rozdelení odhadov (BLUE) a prediktorov (BLUP) a vybraných testovacích štatistík v lineárnych zmiešaných modeloch kde nastáva porušenie štandardných predpokladov o normalite rozdelenia chýb a náhodných efektov. Za predpokladu znalosti rozdelenia vstupných veličín a ich nezávislosti bude možné využiť metódy založené na numerickom invertovaní charakteristickej funkcie uvažovaných odhadov a testovacích štatistík. Špecifickým cieľom dizertačnej práce bude charakterizácia pravdepodobnostných rozdelení vyjadriteľných pomocou G-funkcií a H-funkcií a rozvoj efektívnych numerických metód a algoritmov pre výpočet pravdepodobnostného rozdelenia algebraických funkcií nezávislých náhodných premenných, ktoré možno vyjadriť pomocou týchto rozdelení. Ukazuje sa, že hustotu pravdepodobnosti (PDF) resp. kumulatívnu distribučnú funkciu (CDF) mnohých pravdepodobnostných rozdelení možno vyjadriť pomocou týchto špeciálnych funkcií (napr. gama rozdelenie, beta rozdelenie, chi-kvadrát rozdelenie, F-rozdelenie). Ide o veľmi širokú triedu rozdelení, ktoré nachádzajú aplikácie v rôznych oblastiach prírodných, technických aj biomedicínskych vied.

*The aim of the dissertation is the development of methods and algorithms for calculating the probability distributions of estimators (BLUE) and predictors (BLUP) and selected test statistics in linear mixed models in case of violation of standard assumptions about the normality distribution of errors and random effects. Assuming knowledge of the distribution of input variables and their independence, it will be possible to use methods based on numerical inversion of the characteristic function of the considered estimates and test statistics. The specific goal of the dissertation will be the characterization of probability distributions expressible using G-functions and H-functions and the development of efficient numerical methods and algorithms for calculating the probability distribution for algebraic functions of independent random variables that can be expressed using these distributions. It turns out that the probability density function (PDF) resp. the cumulative distribution function (CDF) of many probability distributions can be expressed using these special functions (e.g., gamma distribution, beta distribution, chi-square distribution, F-distribution). It is a very wide class of distributions that find applications in various fields of natural, technical and biomedical sciences.*

### Cieľ / *Aim*

Cieľom dizertačnej práce je rozvoj metód a algoritmov pre výpočet pravdepodobnostných rozdelení odhadov (BLUE) a prediktorov (BLUP) a vybraných testovacích štatistík v lineárnych zmiešaných modeloch kde nastáva porušenie štandardných predpokladov o normalite rozdelenia chýb a náhodných efektov.

*The aim of the dissertation is the development of methods and algorithms for calculating the probability distributions of estimators (BLUE) and predictors (BLUP) and selected test statistics in*

*linear mixed models in case of violation of standard assumptions about the normality distribution of errors and random effects.*

**Literatúra / Literature**

WITKOVSKÝ, V.: Estimation, testing, and prediction regions of the fixed and random effects by solving the Henderson's mixed model equations. *Measurement Science Review* 12(6), 2012, 234-248.

*WITKOVSKÝ, V.: Estimation, testing, and prediction regions of the fixed and random effects by solving the Henderson's mixed model equations. Measurement Science Review 12(6), 2012, 234-248.*

**Kľúčové slová / Keywords**

lineárny zmiešaný model, charakteristické funkcie, exaktné rozdelenie pravdepodobnosti, BLUE, BLUP

*linear mixed model, characteristic functions, exact probability distribution, BLUE, BLUP*

**Študijný program / Study programme:**  
Aplikovaná matematika / *Applied Mathematics*

---

**Názov / Title**

Mnohorozmerná kauzálna analýza  
*Multivariate causal analysis*

**Jazyk záverečnej práce / Language of Thesis**

anglický / *English*

**Školiteľ / Tutor**

doc. RNDr. Viktor Witkovský, CSc.

**Konzultant / Consultant**

RNDr. Anna Krakovská, CSc.

**Anotácia / Annotation**

Téma sa týka kauzálnej analýzy multivariátnych časových radov. Dôraz je na rekonštrukcii kauzálnych prepojení v rámci komplexnej siete a tiež na predikcii, modelovaní, vyhodnocovaní fraktálnej zložitosti a dynamickej stability. Téma je vhodná pre absolventa so záujmom o tvorivé rozvíjanie príslušných matematických metód. Ďalšou požiadavkou sú znalosť odbornej angličtiny a skúsenosti s tvorbou a testovaním softvéru v prostredí MatLab. V rámci doktorandského štúdia si doktorand rozšíri znalosti v oblasti teórie dynamických systémov, pravdepodobnosti a štatistiky, analýzy časových radov, teórie informácie a oblasti matematickej optimalizácie.

*The topic concerns the causal analysis of multivariate time series. Emphasis is placed on the reconstruction of causal connections within a complex network and also on the prediction, modelling, evaluation of fractal complexity and dynamic stability. The topic is suitable for graduates interested in the creative development of appropriate mathematical methods. Another requirement is knowledge of professional English and experience in creating and testing software in the MatLab environment. As part of the doctoral study, the doctoral student will expand his / her knowledge in the field of dynamical systems theory, probability and statistics, time series analysis, information theory and the field of mathematical optimization.*

**Cieľ / Aim**

Rekonštrukcia kauzálnych spojení v komplexnej sieti, predikcia, modelovanie a hodnotenie fraktálnej zložitosti a dynamickej stability.

*Reconstruction of causal connections within a complex network, prediction, modelling, and evaluation of fractal complexity and dynamic stability.*

**Kľúčové slová / Keywords**

príčinné súvislosti, komplexná sieť, fraktálna zložitosť, dynamická stabilita  
*causal connections, complex network, fractal complexity, dynamic stability*

## Študijný program / *Study programme:*

Aplikovaná matematika / *Applied Mathematics*

---

### Názov / *Title*

Pravdepodobnostné a štatistické metódy na riešenie inverznej úlohy elektrokardiografie  
*Probabilistic and statistical methods for the inverse problem in electrocardiography solution*

### Jazyk záverečnej práce / *Language of Thesis*

slovenský / *Slovak*

### Školiteľ / *Tutor*

Ing. Jana Švehlíková, PhD.

### Anotácia / *Annotation*

Inverzná úloha elektrokardiografie sa rozvíja v posledných desaťročiach hlavne vďaka technologickému pokroku a vývoju nových špecializovaných zariadení v medicíne, ktoré umožňujú jednak snímať simultánne veľa signálov, jednak získať neinvazívne pomocou zobrazovacích metód (CT, MR, USG) informácie o stave a umiestnení vnútorných orgánov. Každé mechanické stiahnutie srdcového svalu je vyvolané vznikom a priebehom elektrického signálu, ktorý je na povrchu tela snímaný ako signál EKG. Pri poškodení srdcového svalu sa tento elektrický signál mení, pri iných diagnózach zase vzniká nežiadúci elektrický signál, ktorý pôsobí negatívne na výkon srdca. Inverzná úloha elektrokardiografie je nazývaná aj „elektrokardiografické zobrazovanie“, lebo jej cieľom je neinvazívne získanie špecifickej informácie o srdci z mnohozvodového merania EKG signálov na hrudníku (tzv. EKG mapovania) a z informácie o geometrii hrudníka a polohe srdca a vnútorných orgánov z CT/MR skenovania. Vzťah medzi elektrickými signálmi na srdci a na hrudníku je možné popísať integrálovými rovnicami, ktoré po diskretizácii vedú na systém lineárnych rovníc. Vo všeobecnosti je však tento systém zle podmienený, teda nemá jednoznačné riešenie. Na získanie vhodného riešenia sa používajú rôzne metódy regularizácie (obmedzenia), ktoré vyplývajú z apriórnych medicínskych znalostí o možnom priebehu signálov na srdci, ktoré je potrebné matematicky popísať. Ďalším problémom inverznej úlohy je fakt, že aj opakujúce sa signály namerané z jedného biologického subjektu (človeka) sú zaťažené tzv. intraindividuálnou variabilitou, teda neopakujú sa presne, ale s istou neurčitosťou. Iným prístupom k riešeniu inverzných úloh je použitie pravdepodobnostných a štatistických metód. Téma je zameraná na aplikáciu pravdepodobnostných a štatistických metód na riešenie inverznej úlohy elektrokardiografie z klinických údajov nameraných na pacientoch. Ďalším krokom bude špecifikácia a optimalizácia parametrov na výber najspoľahlivejšieho výsledku. Uchádzač má byť schopný študovať odbornú literatúru v anglickom jazyku a programovať výpočty v jazyku MatLab.

*The inverse problem of electrocardiography has been developed during the last decades mainly thanks to technological progress and design of new specialized equipment in medicine. They allow to record many signals simultaneously on one side and to obtain the information about the position and condition of internal organs noninvasively by imaging methods (CT, MR, USG) on the other side. Every mechanical contraction of the myocardium is preceded by an origin and propagation of an electrical signal that can be recorded on the body surface as an ECG signal. An impairment of the myocardium causes a change of this electrical signal, other diagnoses result from an origin of an undesired electric signal which decreases the heart output. The inverse problem of electrocardiography is called also an “electrocardiographic imaging” because it aims to obtain noninvasively a specific information about the heart from a multiple-lead ECG signals measurement on the torso (so-called ECG mapping) and the information about the torso geometry and position of the heart and other internal organs from a CT/MR scan. A relationship between the electrical signals on the heart and the torso is described by integral equations, which lead after discretization to a system of linear equations. However, the system is in general ill-posed,*

*i.e. it has not a unique solution. Various regularization methods (constrains) which imply from mathematically described apriori medical knowledge about possible heart signals propagation are used to obtain a proper solution. The next problem in inverse solution results from so-called intraindividual variability, i.e. even the periodical signals measured from the same subject (person) do not repeat exactly but with some uncertainty. The other approach to inverse problem solutions is the use of probabilistic and statistical methods. The topic is oriented on the application of probabilistic and statistical methods on the solution of the inverse problem of electrocardiology from clinical data measured on the patients. Next, the parameters will be specified and optimized to choose the most reliable result. The applicant should be able to study the specialized literature in English and to develop the computational programs in MatLab environment.*

**Klíčové slová / Keywords**

Elektrokardiografia

*Electrocardiography*